

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

Российский государственный педагогический  
университет им. А. И. Герцена

В. Б. ВИЛКОВ, А. К. ЧЕРНЫХ, А. В. ФЛЕГОНТОВ

ЗАДАЧИ НА ГРАФАХ  
С  
НЕЧЁТКО ЗАДАННЫМИ ВЕСАМИ

МОНОГРАФИЯ

1964449

РГПУ им А.И. Герцена  
Фундаментальная  
библиотека

Санкт-Петербург  
Издательство РГПУ им. А. И. Герцена  
2018

**УДК 681.5:62-50, 519.6, 519.9  
ББК 22.1, 32.81-32.97**

*Печатается по рекомендации  
кафедры компьютерной инженерии и  
программотехники и решению  
редакционной коллегии института  
компьютерных наук и технологического  
образования РГПУ им. А.И. Герцена*

*Рецензенты: д.т.н., профессор **В.В. Фомин**,  
д.т.н., профессор **А.И. Примакин***

**Вилков В.Б., Черных А.К., Флегонтов А.В.**

**В** Задачи на графах с нечётко заданными весами. Монография. – СПб.: Изд. РГПУ им. А. И. Герцена, 2018. –160 с.

ISBN 978-5-8064-2498-4

Монография имеет целью ознакомление научно-педагогических работников с возможностями применения теории нечётких множеств для решения различных задач, допускающих постановку в виде графов. Она может оказаться полезной для студентов, курсантов, аспирантов, альянктов, научных сотрудников, и должностных лиц, занимающихся исследованием процессов управления в организационных системах и решающих задачи по выбору наилучшего способа управления этими процессами.

Предложенные алгоритмы и методы адаптированы для использования их в автоматизированных системах принятия решений, функционирующих в реальном масштабе времени.

Предназначена для широкого круга научных работников и специалистов в области управления организационными системами.

**УДК 681.5:62-50, 519.6, 519.9  
ББК 22.1, 32.81-32.97**

ISBN 978-5-8064-2498-4

© РГПУ им. А.И. Герцена, 2018  
© Авторы, 2018

## Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	3	1.6.7. Пример применения алгоритма Куна–Манкреса.....	46
ВВЕДЕНИЕ.....	4	1.6.8. Алгоритм Эдмондса [32-36].....	48
ГЛАВА 1. Графы и некоторые задачи на них .....	6	1.6.9. Пример применения алгоритма Эдмондса .....	50
1.1. Элементы теории графов .....	6	ГЛАВА 2. Элементы теории нечётких множеств и нечёткой логики.....	53
1.1.1. Историческая справка.....	6	2.1. Нечёткие множества.....	53
1.1.2. Предмет и основные понятия теории графов.....	6	2.1.1. Понятие нечёткого множества.....	53
1.1.3. Сети .....	9	2.1.2. Операции с нечёткими множествами .....	54
1.2. Теория сетевого планирования и управления, её применение .....	10	2.1.3. Фазификация и дефазификация нечёткого множества .....	59
1.2.1. Сетевой график и его элементы.....	10	2.2. Элементы нечёткой логики .....	62
1.2.2. Расчёт параметров сетевого графика и построение критического пути .....	12	2.2.1. Основные понятия .....	62
1.2.3. Задача о кратчайшем расстоянии на ориентированной сети без циклов .....	14	2.2.2. Нечёткая задача математического программирования .....	63
1.3. Задачи о кратчайшем маршруте.....	16	2.2.3. Нечёткая задача векторной оптимизации.....	64
1.3.1. Постановка задачи о кратчайшем маршруте на смешанном графе .....	16	2.2.4. Нечёткий логический вывод .....	65
1.3.2. Алгоритм Дийкстры .....	17	Глава 3. Задачи на графах с нечёткими исходными данными.....	75
1.3.3. Пример применения алгоритма Дийкстры.....	19	3.1. Сетевой график .....	75
1.4. Задача о кратчайшем соединении.....	22	3.1.1. Постановка задачи .....	75
1.4.1. Постановка задачи о кратчайшем соединении .....	22	3.1.2. Некоторые свойства решения .....	78
1.4.2. Алгоритм Краскала .....	24	3.1.3. Алгоритм поиска оптимального плана и пример его использования..	81
1.4.3. Пример применения алгоритма Краскала .....	25	3.1.4. О других подходах к понятию оптимальности .....	84
1.5. Задача о максимальном потоке .....	26	3.2. Задача о кратчайшем маршруте с нечётко заданным временем движения по коммуникациям .....	87
1.5.1. Постановка задачи о максимальном потоке .....	26	3.2.1. Постановка задачи .....	87
1.5.2. Разрез и его пропускная способность .....	28	3.2.2. Некоторые свойства решения .....	91
1.5.3. Теорема Форда-Фалкерсона и алгоритм решения задачи о максимальном потоке .....	29	3.2.3. Алгоритм поиска оптимального плана и пример его использования..	93
1.5.4. Пример применения алгоритма Форда-Фалкерсона .....	32	3.2.4. О других подходах к понятию оптимальности .....	97
1.6. Паросочетания в графах.....	35	3.3. Задача о кратчайшем соединении с нечётко определенной экономической эффективностью коммуникаций .....	99
1.6.1. Постановка задачи о назначениях .....	35	3.3.1. Постановка задачи .....	99
1.6.2. Паросочетания [11, 12] .....	37	3.3.2. Некоторые свойства решения .....	103
1.6.3. Алгоритм Куна [7, 11, 28] .....	38	3.3.3. Алгоритм поиска оптимального плана и пример его использования .....	105
1.6.4. Пример применения алгоритма Куна .....	41	3.3.4. О других подходах к понятию оптимальности .....	109
1.6.5. Построение совершенного паросочетания максимального веса на двудольном графе .....	42	3.4. Задача о максимальном потоке с нечётко заданными пропускными способностями коммуникаций .....	110
1.6.6. Алгоритм Куна–Манкреса .....	45	3.4.1. Постановка задачи .....	110

3.4.3. Алгоритм поиска оптимального плана и пример его использования	115
3.5. Задача о назначении с нечётко заданными затратами .....	117
3.5.1. Постановка задачи .....	117
3.5.2. Математическая модель .....	117
3.6. К вопросу об определении надёжности коммуникации .....	121
3.6.1. Основные понятия .....	121
3.6.2. Подходы к вычислению показателя надёжности.....	121
3.7. Задача о наиболее надёжном маршруте .....	129
3.7.1. Постановка задачи .....	129
3.7.2. Алгоритм поиска оптимального плана и пример его использования .....	130
3.8. Задача о наиболее надёжном покрытии .....	137
3.8.1. Постановка задачи .....	137
3.8.2. Алгоритм поиска оптимального плана и пример его использования .....	137
3.8.3. Алгоритм поиска наиболее надёжного соединения .....	138
3.8.4. О других подходах к понятию оптимальности .....	141
3.9. Задача о наиболее надёжном потоке заданной величины и о максимальном потоке заданной надёжности.....	141
3.9.1. Задача о наиболее надёжном потоке заданной величины .....	141
3.9.2. Задача о максимальном потоке заданной надёжности.....	143
3.10. Задача о наиболее надёжном назначении на произвольном графе .....	144
3.10.1. Постановка задачи .....	144
3.10.2. Алгоритм и пример решения задачи о наиболее надёжном назначении на произвольном графе .....	145
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>150</b>
<b>Литература .....</b>	<b>154</b>