

*Д. А. Тамбиева*

## **МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ В ИССЛЕДОВАНИЯХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

*В работе проведен предпрогнозный анализ одного социального временного ряда (ВР) на базе R/S-анализа и метода разбиения фазового портрета на квазициклы. Основной целью исследования является выявление фрактальных характеристик ВР, таких, как цикличность, периодичность, наличие долговременной памяти и др.*

*D. Tambieva*

## **NONLINEAR DYNAMICS METHODS IN ECONOMIC TIME SERIES INVESTIGATIONS**

*The article is dedicated to pre-prognostic analysis of time series (TS) of economics. The analysis was done on the basis of the R/S-analysis and the method of partitioning phase portraits into quasicycles. The main target of the research was to find TS fractal characteristics such as recurrence, periodicity, memory availability and others.*

В работе<sup>1</sup> Э. Петерс обосновывает причины неадекватности господствовавшей многие десятилетия в теории финансов линейной парадигмы. Он рассматривает в

качестве альтернативы использование в экономических исследованиях новейших математических инструментов – фрактальной геометрии<sup>2</sup>, теории хаоса<sup>3</sup>, нечеткой

логики<sup>4</sup>, нейронных сетей<sup>5</sup> и других, входящих составными частями в новую, нелинейную парадигму и составляющих инструментарий разработчиков интеллектуальных систем<sup>6</sup>.

Понятие «эффект памяти» вводится Э. Петерсом как составляющая нелинейной парадигмы. Обосновывая как одну из проблем эконометрического (линейного) взгляда на мир, игнорирование времени или в лучшем случае представление его как переменной наравне с другими переменными модели, Э. Петерс предлагает анализировать финансовые ряды с учетом времени или, точнее, «предыстории» прогнозируемого события. «Предыстория» позволяет выявить наличие факта детерминированности исследуемого процесса. Сама процедура выявления «предыстории» («эффекта памяти» или просто «памяти»), осуществляется на базе введенного Х. Херстом<sup>7</sup> в исследовательский инструментарий метода нормированного размаха ( $R/S$ -анализа).

При моделировании и прогнозировании эволюционирующих процессов и систем статистические данные представляются временными рядами (ВР) числовых значений основного показателя (ВР курса доллара<sup>8</sup>, ВР урожайности сельскохозяйственных культур<sup>9</sup>, ВР объемов жилищного стро-

ительства<sup>10</sup>, ВР заболеваний гриппом и ОРЗ и т. д.). В контексте моделирования этих процессов наиболее актуальной задачей является проблема прогнозирования дальнейшего поведения рассматриваемых ВР. А именно, принципиально важным является положительный ответ на вопрос: обладают ли рассматриваемые ВР долговременной памятью. Например, общепризнанным является тот факт, что такой памятью обладают природные ВР. Наличие или отсутствие долговременной памяти в рассматриваемом ВР может быть установлено с помощью алгоритма  $R/S$ -анализа.

В настоящей работе рассматривается временной ряд движения денежных средств на расчетном счете одного из региональных отделений государственного внебюджетного фонда РФ, которое в дальнейшем для краткости будем называть РО ГВФ РФ, а сам ряд назовем социальным ВР (СВР) и обозначим через  $z$ .

$$Z = \langle z_i \rangle, i = 1, 2, \dots, 248,$$

где  $z_i$  –  $i$ -ое по порядку наблюдение, т. е. сумма, поступившая на расчетный счет РО ГВФ РФ в  $i$ -й период рассматриваемого календарного отрезка времени.

На рис. 1 представлено графическое изображение отрезка рассматриваемого СВР.

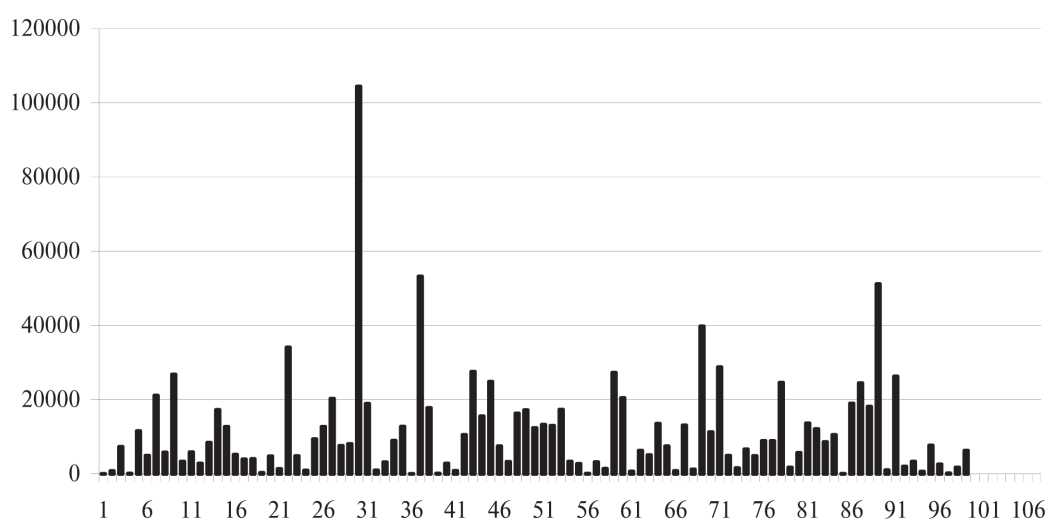


Рис. 1. Графическое изображение начального отрезка  $\langle z_i \rangle, i = \overline{1,100}$  социального временного ряда  $Z$

Построенная эмпирическая функция распределения исследуемого СВР (рис. 2)

относится к семейству распределений с «тяжелыми хвостами».

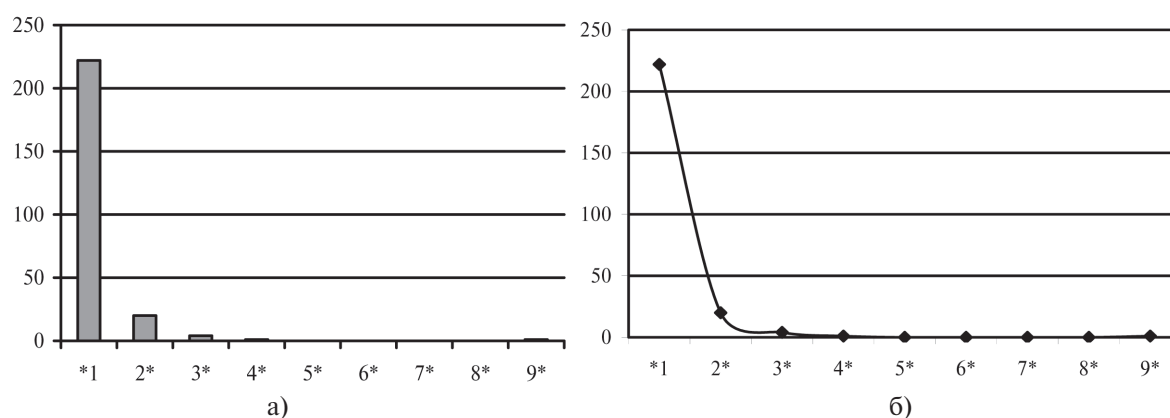


Рис. 2. Эмпирическая функция распределения социального временного ряда подневных наблюдений

В работе В. А. Перепелицы и Е. В. Поповой «Математическое моделирование экономических и социально-экологических рисков» обосновываются причины малой информативности статистических показателей как следствие наличия фрактальных свойств во временном поведении рядов, эмпирическая функция распределения которых не соотносится с нормальным

распределением. Таким образом, с целью выявления оценок динамики рассматриваемого СВР, отражаемых такими характеристиками, как наличие или отсутствие трендоустойчивости, отсутствие или наличие долговременной памяти, а вместе с ней и наличие квазициклов, были осуществлены *R/S*-анализ и разложение фазового портрета СВР на квазициклы.

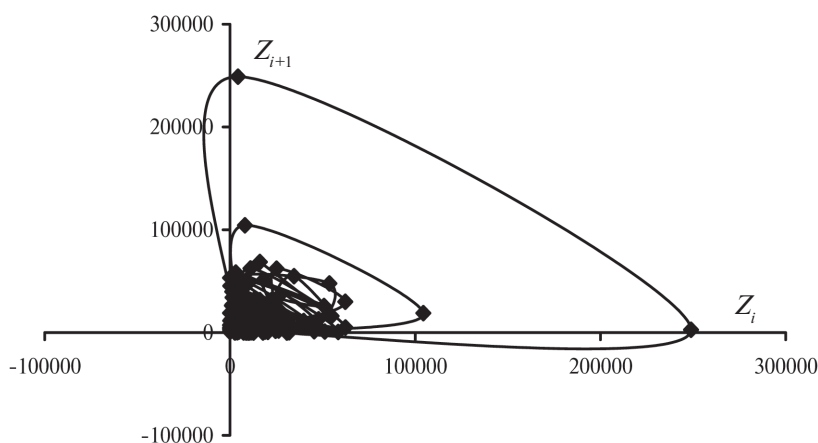


Рис. 3. Фазовый портрет исходного социального временного ряда подневных наблюдений (1)

При исследовании СВР достаточно информативным и целесообразным является построение фазовых портретов ВР (1) в фазовом пространстве  $\phi_s(Z)$  размерности  $\rho = 2$  следующего вида:  $\phi_2(Z) = \{(z_i, z_{i-1})\}$ ,

$i = 1, 2, \dots, n - 1$ . Такого вида фазовая траектория СВР представлена на рис. 3. Эта траектория состоит из 56 квазициклов  $C_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, 56$ , два из которых представлены на рис. 4.

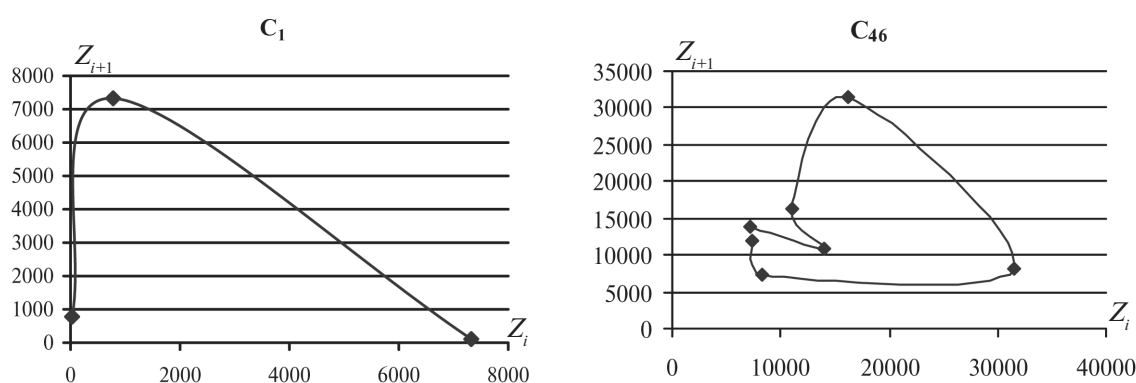


Рис. 4. Разложение на квазициклы фазового портрета, представленного на рис. 3 (2 квазицикла)

Выявлено, что поведение квазициклов фазового портрета характеризуется в 68% случаев сменой направления вращения звеньев траектории, кроме того, длина квазициклов более чем в 90% совпадает со значениями глубины памяти, полученными в результате R/S-анализа (см. табл. 1).

Таким образом можно заключить, что согласно R/S-анализа и метода разбиения фазового портрета на квазициклы в рассматриваемом СВР более 1/3 квазициклов имеют длину, равную 3. Известно, что ряды с подобной динамикой R/S-траектории плохо поддаются прогнозированию и ква-

лифицируются как ВР со слабой трендоустойчивостью и слабо выраженным «эффектом памяти». Таким образом, циклическая компонента этого СВР оказалась не выявленной. Квазициклы, составляющие эту компоненту, относятся к объектам микроэкономики. Важно отметить, что учитываемая в работе 11 циклическая компонента в известных публикациях, относящихся к прогнозированию, рассматривается только в тех случаях, когда речь идет о макроэкономических прогнозах. Например, цикл жизни товара (длительного пользования), цикл деловой активности фирмы и т. д.

Таблица 1

Сводная таблица количественных оценок длин квазициклов для социального временного ряда подневных наблюдений, полученных на основе фазового и R/S-анализа

| Фазовый анализ       |                                      | R/S-анализ           |                                      |
|----------------------|--------------------------------------|----------------------|--------------------------------------|
| Длина квазицикла $l$ | Количество квазициклов длины $l$ (%) | Длина квазицикла $l$ | Количество квазициклов длины $l$ (%) |
| 3                    | 41                                   | 3                    | 37                                   |
| 4                    | 16                                   | 4                    | 16                                   |
| 5                    | 18                                   | 5                    | 18                                   |
| 6                    | 9                                    | 6                    | 9                                    |
| 7                    | 16                                   | 7                    | 11                                   |
| 8                    | 0                                    | 8                    | 5                                    |
| 9                    | 0                                    | 9                    | 2                                    |
| 10                   | 0                                    | 10                   | 1                                    |
| 11                   | 0                                    | 11                   | 0                                    |
| 12                   | 0                                    | 12                   | 1                                    |

Полученные оценки длин квазициклов для СВР подневных наблюдений на базе  $R/S$ -анализа и результаты, полученные в процессе применения метода разбиения фазового портрета на квазициклы допускают содержательную финансово-экономическую интерпретацию. Отметим, что отчисления денежных средств в РО ГВФ РФ осуществляются предприятиями ежемесячно и строго контролируются налоговыми органами РФ, поэтому оставался открытым вопрос: почему ряд, в котором по определению должна присутствовать циклическая компонента, не демонстрирует наличие устойчивого «эффекта памяти», в то время как финансовые ряды котировок ценных бумаг, курса доллара такую устойчивость демонстрируют?

**Фазовый анализ ряда приращений социального временного ряда**

В контексте улучшения предпрогнозных характеристик в настоящей работе рассматривается фазовый анализ ряда приращений рассматриваемого СВР, который назовем СВРП и обозначим  $Z''$ :

$$Z'' = \langle z_k'' \rangle, k = 1, 2, \dots, 247,$$

Ряд  $Z''$  получен путем вычитания элемента  $z_i$  из элемента  $z_{i+1}$  ( $z_{i+1} - z_i$ ) исходного ряда  $Z$ . К полученному ряду был применен фазовый анализ. В процессе разбиения фазового портрета СВРП (рис. 5) на квазициклы отчетливо проявилось подобие

полученных квазициклов между собой (рис. 6), а также подобие их общему фазовому портрету. Фазовый портрет представляет собой наложение квазициклов, по виду близких к функции улитки Паскаля и особенно ее частного случая – функции кардиоиды<sup>12</sup>.

Причем направление вращения звеньев относительно центра тяжести фазового портрета квазициклов в 85% случаев идет по направлению вращения часовой стрелки. Доля квазициклов подобных фазовому портрету в СВРП близка к 1.

Очевидным является тот факт, что если исходный СВР  $Z$  демонстрировал как бы отсутствие циклической компоненты, то производный от него СВРП  $Z''$  демонстрируют явное наличие этой компоненты. Кроме того, что очень важно, фазовая траектория на рис. 5 не содержит квазициклов длины  $l = 3$ .

В контексте предпрогнозного анализа следует отметить, что для квазициклов рассматриваемого СВРП  $Z''$  характерным является следующее. Порядка 60% квазициклов заканчиваются во II или IV ортантах, т. е. координатных углах или, что то же самое, четвертях декартовой системы координат. Более того, если квазицикл закончился во II, то следующий квазицикл начинается в IV ортанте более, чем в 80% случаев (рис. 7, табл. 2, 3). То же самое можно отнести и к переходам из IV во II ортант.

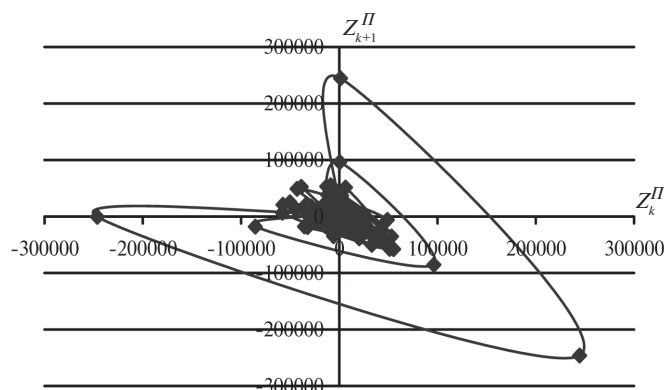


Рис. 5. Фазовый портрет ряда приращений социального временного ряда

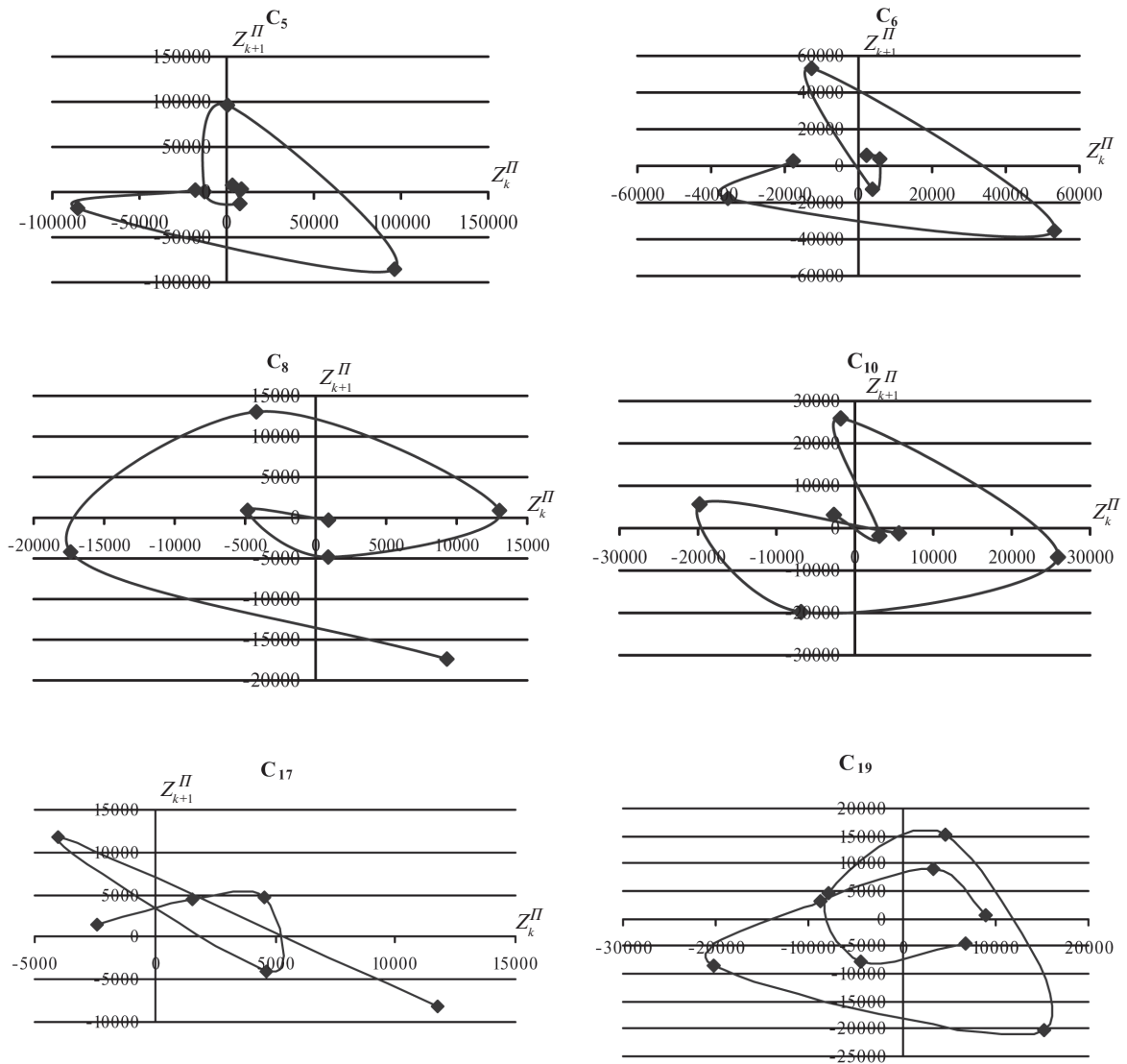


Рис. 6. Шесть квазициклов ряда приращений социального временного ряда

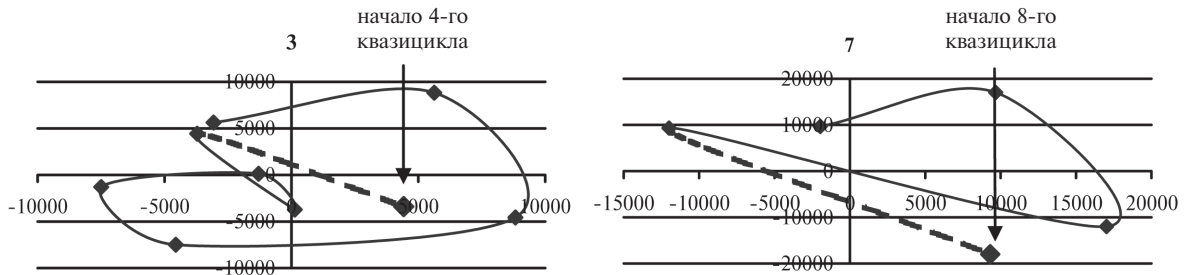


Рис. 7. Третий и седьмой квазициклы СВРП и первые точки следующих за ними четвертого и восьмого квазициклов соответственно

Таблица 2

Таблица числа переходов фазовой траектории квазициклов из одного органта в другие (конец  $k$ -го – начало  $(k + 1)$ -го квазициклов)

| Переход из органта № | Переход в органт № | Количество переходов | Переход из органта № | Переход в органт № | Количество переходов |
|----------------------|--------------------|----------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| 1                    | 1                  | 6                    | 3                    | 1                  | 1                    |
| 1                    | 2                  | 0                    | 3                    | 2                  | 0                    |
| 1                    | 3                  | 0                    | 3                    | 3                  | 2                    |
| 1                    | 4                  | 3                    | 3                    | 4                  | 0                    |
| 2                    | 1                  | 3                    | 4                    | 1                  | 0                    |
| 2                    | 2                  | 0                    | 4                    | 2                  | 13                   |
| 2                    | 3                  | 0                    | 4                    | 3                  | 3                    |
| 2                    | 4                  | 13                   | 4                    | 4                  | 0                    |

Таблица 3

Процентные соотношения представленного в табл. 2 количества переходов фазовой траектории из органта в органт

| из \ в | I    | II   | III  | IV   |
|--------|------|------|------|------|
| I      | 0,67 | 0,00 | 0,00 | 0,33 |
| II     | 0,19 | 0,00 | 0,00 | 0,81 |
| III    | 0,33 | 0,00 | 0,67 | 0,00 |
| IV     | 0,00 | 0,81 | 0,19 | 0,00 |

На основании выявленного знания о циклической компоненте СВРП  $Z^n$ , а также с учетом содержания табл. 2 и 3 можно утверждать, что примененные к рассматриваемому СВР  $Z$  нелинейные методы анализа дали положительный результат в том смысле, что если сам ряд плохо поддается представленным в настоящей работе методам предпрогнозного анализа и, как следствие, является плохо прогнозируемым, то производный от него ряд приращений СВРП  $Z^n$  обладает существенно лучшими предпрогнозными характеристиками. Более того, СВРП можно квалифицировать как ВР с памятью.

Отметим также, что при исследовании реальных экономических систем было обнаружено, что их фазовое пространство не является однородным, а состоит из областей, в которых детерминированные процес-

сы чередуются с областями стохастического поведения. Для описания поведения таких систем был предложен новый класс моделей – динамические системы с джокером.

Учитывая наличие в фазовой траектории рассматриваемого СВРП (2) областей с явно чередующимися детерминированным и стохастическим поведением (рис. 8, а, 8, б), целесообразно в исследовании рассматриваемой фазовой траектории  $\phi_2(Z)$  использовать понятие джокера. Под джокером<sup>13</sup> понимается область фазового пространства  $G$ , при попадании  $\bar{x}_n$  в которую, действие отображения нарушается. Если обозначить область джокера через  $J$ ,  $J \in G$ , то модель системы с джокером можно представить в виде:

$$\bar{x}_{n+1} = \begin{cases} f(\bar{x}_n), \bar{x}_n \in G, \bar{x}_n \notin J; \\ \text{joker\_after}, \bar{x}_n \in J, \end{cases}$$

где *joker\_after* представляет собой точку или область в фазовом пространстве. Если *joker\_after* представляет собой точку, то такой джокер называется точечным, если область – то джокер называется интервальным.

В процессе исследования фазовой траектории  $\phi_2(Z)$  в качестве структурных характеристик квазициклов рассмотрим полупериметр и центр габаритного прямоугольника, описанного около данного квазицикла (рис. 8,а и 8,б), а также направление вращения ребер рассматриваемой фазовой траектории относительно центра соответствующего габаритного прямоугольника (по направлению вращения часовой стрелки или против).

Под джокером в фазовой траектории  $\phi_2(Z)$  (квазицикле) будем понимать точку

$y^{lj} = (z_i^n, z_{i+1}^n)$  порождающую ребро  $e^{lj} = ((z_i^n, z_{i+1}^n), (z_{i+1}^n, z_{i+2}^n))$ , графическое представление которого имеет противоположное направление вращения относительно центра габаритного прямоугольника, в сравнении с остальными ребрами рассматриваемого объекта (фазовой траектории или квазицикла). Ребро  $e^{lj}$ , порожденное джокером будем называть следом джокера.

В рассматриваемой фазовой траектории  $\phi_2(Z)$ , как уже было отмечено выше, для большинства ребер характерно вращение относительно центра габаритного прямоугольника, описывающего рассматриваемый квазицикл, в направлении вращения часовой стрелки. Поэтому след джокера для данного конкретного СВРП (2) имеет направление вращения, противоположное вращению часовой стрелки.

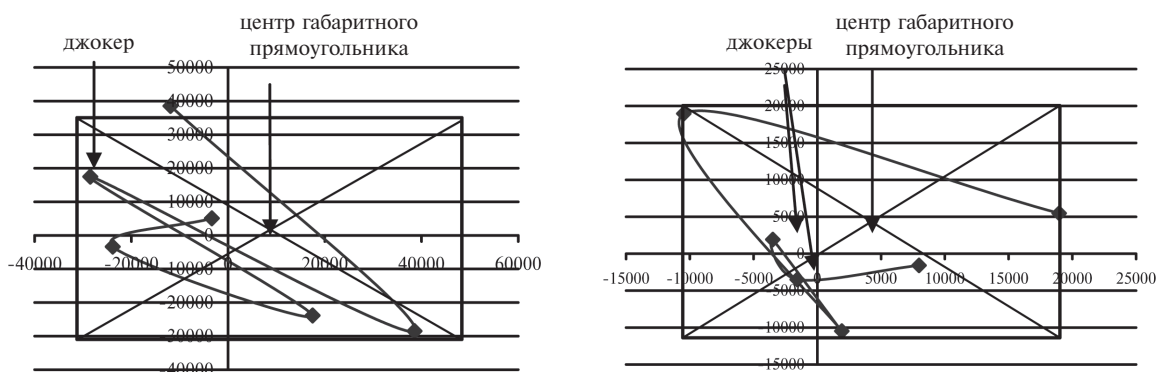


Рис. 8. Два квазицикла с джокерами фазового портрета СВРП  $Z^n$

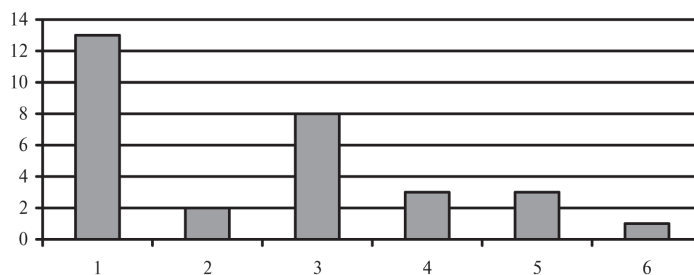


Рис. 9. Столбчатая диаграмма частот появления джокера в квазициклах фазовой траектории СВРП  $Z^n$



В квазициклах, полученных в результате разбиения фазовой траектории  $\phi_2(Z)$ , встречается не более двух джокеров в одном квазицикле. Причем, один и два джокера встречается в 29% и в 22% случаях соответственно. В остальных случаях (около 49%) джокер в квазициклах вовсе отсутствует.

Чаще всего след джокера начинается (рис. 9) с 1-й точки квазицикла – в 43% случаев появления джокера, со 2-й – в 7%, с 3-й – в 27%, с 4-й – в 10%, с 5-й – в 10%, с 6-й – в 3%.

Таким образом, представленный в настоящей работе фазовый анализ в совокуп-

ности с прогнозированием возможности появления в квазицикле джокера позволяет исследователю для заданного ВР построить адекватный прогноз на ближайшую перспективу.

Отметим, что на базе теории клеточного автомата и с учетом результатов, представленных в настоящей работе, построена многоуровневая прогнозная модель для данного СВР. Точность результатов прогнозирования на базе этой модели для СВРН и СВРП оказалась существенно более высокой (почти 4 раза), чем для исходного СВР.

### ПРИМЕЧАНИЯ

<sup>1</sup> Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000.

<sup>2</sup> Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991.

<sup>3</sup> Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988.

<sup>4</sup> Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: Пер. с полс. И. Д. Рудинского. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004.

<sup>5</sup> Назаров А. В., Лоскутов А. И. Нейросетевые алгоритмы прогнозирования и оптимизации систем. – СПб.: Наука и Техника, 2003.

<sup>6</sup> Курейчик В. В. Эволюционное моделирование: Учеб. пособие по курсам «Эволюционное моделирование» и «Генетические алгоритмы». – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2003.

<sup>7</sup> Hurst H. E. “Long-term Storage of Reservoirs”, Transactions of the American Society of Civil Engineers 88, 1991.

<sup>8</sup> Перепелица В. А., Попова Е. В. Математическое моделирование экономических и социально-экологических рисков. – Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовского университета, 2001.

<sup>9</sup> Перепелица В. А., Тебуева Ф. Б., Темирова Л. Г. Структурирование данных методами нелинейной динамики для двухуровневого моделирования. – Ставрополь: Ставропольское книжное издательство, 2005.

<sup>10</sup> Перепелица В. А., Тебуева Ф. Б., Узденов Р. Х. Квазициклы временных рядов объемов жилищного строительства // Труды III международной конференции «Новые технологии в управлении, бизнесе и праве». НФ ИУБиП г. Невинномыск, 30 мая 2003. – С. 159–163.

<sup>11</sup> Сигел Э. Практическая бизнес-статистика. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002.

<sup>12</sup> Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М.: Наука, 1977.

<sup>13</sup> Петерс Э. Указ. соч.