Ю. И. Сезонов

МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В НАМАГНИЧЕННЫХ НАНОТРУБКАХ

Приведены результаты теоретических исследований магнитных, сверхпроводящих и диэлектрических свойств наноструктур с цилиндрической симметрией в присутствии внешнего магнитного поля. Получены аналитические формулы, описывающие вклад обменного взаимодействия в намагниченность квантового цилиндра. Получена квантовая формула для продольной диэлектрической проницаемости нанотрубки. Формула позволила дать полное описание как временной, так и пространственной дисперсии. Выделена мнимая часть диэлектрической проницаемости, отвечающая за затухание Ландау. Построена микроскопическая теория сверхпроводимости электронного газа квантового цилиндра во внешнем магнитном поле. Получено уравнение для энергетической щели, определяющее зависимость критической температуры сверхпроводника от характерных параметров задачи. Показано, что макроскопические характеристики нанотрубок являются осциллирующими функциями параметра Ааронова—Бома.

Ключевые слова: нанотрубка, магнитное поле, намагниченность, диэлектрическая проницаемость, сверхпроводимость, осцилляции Ааронова—Бома.

Yu. Sezonov

MACROSCOPIC QUANTUM EFFECTS IN MAGNETIZED NANOTUBES

The results of a theoretical research of magnetic superconducting and dielectrical properties of nanostructures with cylindrical symmetry in the outer magnetic field are described. Analytic formulae describing the contribution of exchanging in-

teraction in magnetizability of the quantum cylinder have been derived. The quantum formula of longitudinal dielectric permittivity of nanotube was derived. This formula can fully describe the time and space dispersion. The imaginary part of dielectrical permittivity responsible for Landuy fading was identified. The microscopic superconductivity theory of electrons gas of quantum cylinder in outer magnetic field has been proposed. The equation of energy gap defines the dependence of critical temperature of superconductor on typical characteristics of the problem. It has been also shown that the microscopic properties of nanotube are oscillations functions of Aharonov—Bohm factors.

Key words: Nanotube, magnetic field, magnetization, dielectric permittivity, superconductivity, Aharonov—Bohm oscillations.

Открытие новых форм углеродных соединений, сначала фуллеренов [14, с. 162], а затем нанотрубок [12, с. 56], является одним из самых значительных достижений науки конца XX века. Нанотрубки представляют собой принципиально новые образования с периодической структурой, которые нельзя назвать кристаллическими и вполне можно трактовать как двухмерные объекты. Благодаря своей топологии и размерам нанотрубки занимают выделенное место среди объектов, изучаемых физикой. При диаметрах порядка единиц нанометров становятся наиболее важными квантовые эффекты. В зависимости от геометрической структуры однослойная углеродная нанотрубка может быть металлом, полупроводником или диэлектриком [15, с. 76].

В настоящей работе рассматриваются однослойные нанатрубки во внешнем магнитном поле.

Гамильтониан электрона на цилиндрической поверхности в постоянном магнитном поле, направленном вдоль оси цилиндра, записывается следующим образом [4, с. 525]:

$$\widehat{H}_0 = -\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - i\hbar \frac{\omega_c}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{m^* \omega_c^2}{8} R^2 + \frac{\widehat{p}_3^2}{2m^*}, \tag{1}$$

где $\omega_c = eB / m^* c$ — циклотронная частота; R — радиус цилиндра; m^* — эффективная масса электрона; e — заряд электрона; $\widehat{p}_3$ — оператор проекции импульса на ось Oz цилиндрической системы координат; B — индукция магнитного поля; φ — полярный угол, $\varepsilon = \hbar^2 / 2m^* R^2$ — энергия размерного конфайнмента. Векторный потенциал однородного магнитного поля, направленного вдоль оси z, совпадающей с осью цилиндра, выбран в виде

$$\mathrm{A} = (By/2, -Bx/2, 0). \tag{2}$$

Спектр и нормированные собственные функции гамильтониана (1) определяются формулами

$$E(n, p_3) = \varepsilon \left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 + \frac{p_3^2}{2m^*}, \tag{3}$$

$$\psi_{n,p_3}(\varphi,z)=\frac{\exp[\frac{i}{\hbar}(n\varphi+p_3z)]}{\sqrt{2\pi RL}}, \tag{4}$$

где $n=0,\pm1,\pm2,...$ — азимутальное квантовое число; $\Phi=\pi R^2B$ — магнитный поток; $\Phi_0=hc/e$ — квант магнитного потока; e — заряд электрона; L — длина цилиндра.

Целью работы является вычисление макроскопических параметров нанотрубок с цилиндрической симметрией в присутствии внешнего магнитного поля. Исследуется вклад обменного взаимодействия в намагниченность нанотрубки; исследуются диэлектрические свойства намагниченной нанотрубки; анализируются сверхпроводящие свойства нанотрубки.

Вклад обменного взаимодействия в магнитный момент нанотрубки

Используя метод вторичного квантования для энергии обменного взаимодействия электронного газа, можно получить следующее представление [5, с. 270]:

$$V=-\frac{e^2}{2}\sum_{\alpha_1\neq\alpha_2,\sigma=\pm1}n_F(\alpha_1,\sigma)n_F(\alpha_2,\sigma)\times\int\psi_{\alpha1}(r_1)\psi^*_{\alpha2}(r_1)\frac{1}{|r_1-r_2|}\psi^*_{\alpha1}(r_2)\psi_{\alpha2}(r_2)dr_1dr_2, \tag{5}$$

где суммирование проводится по всем квантовым числам α и проекциям спина σ пар электронных состояний, $\psi_{\alpha1}(r_1)$ и $\psi_{\alpha2}(r_2)$ — волновые функции стационарных состояний электронов, взятых в различных точках с радиус-векторами $\boldsymbol{r}_1$ и $\boldsymbol{r}_2$, $n_F(\alpha,\sigma)$ — число заполнения данного квантового состояния электронов; e — заряд электрона.

В формуле (5) стационарное состояние электрона в рассматриваемом нами случае задается тремя квантовыми числами $(\alpha;\sigma)\equiv(n,p_3;\sigma)$, а химический потенциал μ идеального электронного газа связан с температурой T, с полным количеством электронов в газе N и с напряженностью магнитного поля соотношением

$$N=\frac{L}{2\pi}\sum_{\sigma=\pm1}\int_{-\infty}^{+\infty}dp_3\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\exp\left(\frac{E(n,p_3,\sigma)-\mu}{T}\right)+1}. \tag{6}$$

Из уравнения (5) с учетом выражений (3) и (4) находим энергию обменного взаимодействия в виде

$$V=-\frac{\sqrt{\pi}e^2}{2(2\pi L)}\sum_{\alpha_1\neq\alpha_2;\sigma=\pm1}n_F(\alpha_1,\sigma)n_F(\alpha_2,\sigma)\int_0^{2\pi}e^{in\varphi}K_0(2pR\sin\frac{\varphi}{2})d\varphi, \tag{7}$$

где $n = n_1 - n_2$, $p = |p_{1z} - p_{2z}|$, $K_0(x)$ — функция Макдональда, а суммирование проводится по квантовым состояниям $\alpha_1 = (n_1, p_{1z})$ и $\alpha_2 = (n_2, p_{2z})$. Формула (7) описывает непосредственно и вклад обменного взаимодействия в термодинамический потенциал электронного газа, который можно представить в виде

$$V = \Omega^{ex} = -\frac{\pi e^2}{2L} \sum_{\alpha_1 \neq \alpha_2; \sigma = \pm 1} n_F(\alpha_1, \sigma) n_F(\alpha_2, \sigma) I_n(pR) K_n(pR), \tag{8}$$

где I_n — модифицированная функция Бесселя n-го порядка; K_n — функция Макдональда n-го порядка. Таким образом, формула (8) описывает энергию обменного взаимодействия электронов на цилиндрической поверхности в продольном магнитном поле, когда длина цилиндра велика по сравнению с фермиевской длиной волны электрона. Этот результат будет ниже использован для вычисления вклада обменного взаимодействия в магнитный момент квантового цилиндра

$$M_z^{ex} = -\left(\frac{\partial \Omega^{ex}}{\partial H} \right)_{\mu, T} \tag{9}$$

в различных предельных случаях.

Рассмотрим квантовые осцилляции намагниченности вырожденного газа для реальных ситуаций, когда выполняется условие [8, с. 52]:

$$\mu(T = 0) = \varepsilon_F >> \varepsilon \tag{10}$$

где ε_F — энергия Ферми. В этом случае имеем

$$\Omega^{ex} \approx -\frac{Le^2}{8\pi^2} \sum_{n_1, n_2 = -\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_1 dp_2 \frac{1}{\sqrt{(n_1 - n_2)^2 + R^2 p^2}} n_F(n_1, p_1) n_F(n_2, p_2), \tag{11}$$

где мы также пренебрегли зависимостью энергии электрона в функциях распределения Ферми—Дирака от спина электрона.

Осциллирующая часть намагниченности выделяется с помощью формулы суммирования Пуассона. В результате для осциллирующей части вклада обменного взаимодействия в магнитный момент квантового цилиндра получаем

$$\frac{M}{\mu_0} = \frac{2}{\pi^2} \alpha m_0 L \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{3/4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1/2}} \sin\left(2\pi n \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \sin\left(2\pi n \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} - \frac{\pi}{4}\right), \tag{12}$$

где α — постоянная тонкой структуры.

Следует отметить, что выражение, стоящее под знаком суммы в выражении (12), является периодической функцией дробных частей параметров Φ/Φ_0

$\sqrt{\mu/\varepsilon}$, а намагниченность представляет собой осциллирующую функцию магнитного потока через поперечное сечение нанотрубки.

Магнитный отклик идеального вырожденного двумерного электронного газа на цилиндрической поверхности в продольном магнитном поле вычислен в работе [3, с. 1453]. Отношение вклада обменного взаимодействия в магнитный момент трубки к аналогичному результату работы [3, с. 1453] можно представить в виде

$$\frac{M_{ex}}{M_{id}} \approx 2\alpha Rm\,, \tag{13}$$

Причем, в реальных наноструктурах mR>>1. Например, при $\sqrt{\mu/\varepsilon}$ = 10,6 и Φ/Φ_0 = 0,6 отношение $\frac{M_{ex}}{M_{id}} \approx 700$.

Таким образом, обменное взаимодействие вносит существенный вклад в намагниченность нанотрубки.

В предельном случае больцмановского газа для вклада обменного взаимодействия в намагниченность нанотрубки в высокотемпературном пределе получаем следующий результат [9, с. 727]:

$$\frac{M}{\mu_0} = \alpha N_l^2 \frac{m_0}{m} L \frac{\pi}{4T} \sin(4\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}) \times \exp(-\frac{2\pi^2 T}{\varepsilon})\,, \tag{14}$$

где $N_l = N/L$ — концентрация электронов, приходящихся на единицу длины цилиндра.

Существенно, что полученный результат предсказывает осцилляции намагниченности и в высокотемпературном пределе.

Диэлектрическая проницаемость нанотрубки

Под влиянием возмущения, задаваемого скалярным потенциалом $\varphi = \varphi\,(t,\mathbf{r})$, происходит изменение плотности намагниченного электронного газа. Для ее вычисления будем исходить из квантовомеханического уравнения для матрицы плотности.

Не зависящая от спина матрица плотности $\rho(t,\ \mathbf{r}_1,\ \mathbf{r}_2)$ является решением уравнения [6, с. 201]

$$i\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left(\hat{H}_1 - \hat{H}_2^{\,*}\right)\rho, \tag{15}$$

где индексы 1 и 2 относятся к координатам $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, на которые действует гамильтониан электрона

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + e\varphi(t,\mathbf{r}). \tag{16}$$

Здесь $\hat{H}_0$ — гамильтониан (1), спектр и нормированные собственные функции которого определяются формулами (3), (4).

Зависимость возмущения $\varphi(t,\mathbf{r})$ от времени и координат в цилиндрической системе координат представим в следующем виде:

$$\varphi(t,\mathbf{r}) = A(r)\exp[-i\omega t + il\varphi + ik_3 z]. \tag{17}$$

Влияние магнитного поля на электронный газ будем учитывать точно, а реакцию системы на возмущение (17) — по теории возмущений в линейном приближении.

Таким образом, считая возмущение (17) слабым, в уравнении (15) полагаем

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho, \tag{18}$$

где $\rho_0 = \rho_0(\varphi_1 - \varphi_2, z_1 - z_2)$ — точное решение стационарного уравнения (15) в постоянном магнитном поле, а $\delta\rho(t, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ — поправка к матрице плотности за счет возмущения (17).

Для изменения поверхностной плотности намагниченного электронного газа под влиянием возмущения (17) получим следующую формулу [2, с. 541], [10, с. 2221]:

$$\begin{aligned}\delta N_S &= -eA(R)\exp[-i\omega t + il\varphi + ik_3 z]\times\\ &\times 2\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\frac{L}{2\pi}\right)\int_{-\infty}^{+\infty} dp_3 \frac{n_F\left(n-\frac{l}{2}, p_3-\frac{k_3}{2}\right) - n_F\left(n+\frac{l}{2}, p_3+\frac{k_3}{2}\right)}{\omega - \frac{p_3 k_3}{m^*} - \frac{nl}{m^* R^2} - \frac{l\omega_c}{2} + i\cdot 0}.\end{aligned} \tag{19}$$

Продольную диэлектрическую проницаемость найдем, исходя из связи плотности заряда, индуцированного возмущением (17), с вектором диэлектрической поляризации посредством решения уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi e\,\delta N_S}{\varepsilon_l - 1}\delta(r-R), \tag{20}$$

где $\delta(r - R)$ — дельта-функция Дирака, $\varepsilon_l = \varepsilon_l(\omega, k_3)$ — продольная диэлектрическая проницаемость намагниченного электронного газа.

Функция $A(r)$ является решением дифференциального уравнения

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dA}{dr}\right) - \left(k_3^2 + \frac{l^2}{r^2}\right)A(r) = \frac{4\pi e}{\varepsilon_l - 1}\delta\tilde{\mathrm{N}}_S\cdot\delta(r-R), \tag{21}$$

где $\delta\,\tilde{\mathrm{N}}_S$ — предэкспоненциальный множитель в формуле (19).

$$A(r)=\begin{cases} C\dfrac{K_l(k_3R)I_l(k_3r)}{I_l(k_3R)}, & r<R \\ CK_l(k_3r), & r>R \end{cases}, \tag{22}$$

где C — const, а $I_l(x)$ и $K_l(x)$ — модифицированные функции Бесселя мнимого аргумента, образующие фундаментальную систему решений однородного уравнения, соответствующего уравнению (21).

В результате находим следующую формулу для электронного вклада в продольную диэлектрическую проницаемость намагниченного электронного газа квантового цилиндра:

$$\varepsilon_l(\omega,k_3)-1=\left(\frac{2e^2}{\pi}\right)I_l(k_3R)K_l(k_3R)\times$$
$$\times\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}dp_3\frac{n_F\left(n-\frac{l}{2},p_3-\frac{k_3}{2}\right)-n_F\left(n+\frac{l}{2},p_3+\frac{k_3}{2}\right)}{\omega-\frac{p_3k_3}{m^*}-\frac{nl}{m^*R^2}-\frac{l\omega_c}{2}+i\times 0}. \tag{23}$$

Полученный результат является обобщением формулы Силина—Климонтовича применительно к намагниченному электронному газу на цилиндрической поверхности.

Пространственная дисперсия приводит к возможности распространения в нанотрубке продольных электрических волн, для которых вектор **E** направлен вдоль волнового вектора **k** [6, с. 167]. Зависимость частоты от волнового числа для продольных электрических волн определяется уравнением

$$\varepsilon_l(\omega,k)=0, \tag{24}$$

которое определяет также спектр электронных колебаний плазмы [6, с. 167].

Следует отметить, что для произвольных значений параметра k_3V_F/ω закон дисперсии продольных электрических волн и спектр электронных колебаний даже для случая симметричного плазмона следует вычислить на основе полученной нами квантовой формулы (19), а не его квазиклассического приближения [1, с. 982].

Рассмотрим далее случай сильной пространственной дисперсии. Особый интерес представляет статический случай $\omega\to 0$, когда особенно ясно видна роль пространственной дисперсии в плазме.

При использовании формулы суммирования Пуассона из (19) при $l=0$ получаем следующее точное представление для величины $\varepsilon_l(\omega, k_3)$:

$$\varepsilon_l(\omega,k_3)=1+\frac{2e^2R}{\pi}I_0(k_3R)K_0(k_3R)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\exp\left[-2i\pi k\frac{\Phi}{\Phi_0}\right]G_k, \tag{25}$$

явный вид функционала G_k здесь не приводится.

В случае, когда выполнено условие

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} < \frac{1}{2}, \tag{26}$$

заполнение электронами дискретных уровней энергии поперечного движения происходит в следующем порядке:

$$E_0 \to E_{-1} \to E_{+1} \to E_{-2} \to E_{+2} \ldots \ .$$

Оценки показывают, что для широкого ряда нанотрубок с цилиндрической симметрией оказываются заполненными электронами только несколько самых низких подзон энергии поперечного движения [7, с. 1914].

Если выполнено также условие

$$N_L = \frac{N}{L} < \frac{\left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}{R} \cdot \frac{2}{\pi}, \tag{27}$$

то электроны могут находиться только в основном состоянии ($n = 0$), для которого квазиимпульс Ферми продольного движения

$$p_3^F = \frac{\pi N_L}{2}. \tag{28}$$

Как это следует из выражения (27), существование только одного дискретного уровня энергии поперечного движения становится более вероятным с уменьшением радиуса нанотрубки.

Таким образом, если выполнены условия (27) и (28), из формулы (23) при $l = 0$ получаем

$$\varepsilon_l\left(0, k_3\right) = 1 + \frac{4e^2}{\pi} I_0\left(k_3 R\right) K_0\left(k_3 R\right) \frac{m^*}{k_3} \ln\left|\frac{2p_3^F + k_3}{2p_3^F - k_3}\right|. \tag{28}$$

Формула (25) в явном виде показывает, что продольная диэлектрическая проницаемость электронного газа квантового цилиндра является осциллирующей функцией параметра Ааронова—Бома, равного величине Φ/Φ_0.

Диэлектрическая проницаемость является комплексной величиной, мнимая часть которой описывает затухание волны.

Используя формулу Сохоцкого, выделяем для $l = 0$ из (23) мнимую часть продольной диэлектрической проницаемости:

$$\begin{aligned} &\operatorname{Im} \varepsilon_l(\omega, k_3) = (-2e^2) I_0(k_3 R) K_0(k_3 R) \times \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_3 \left[n_F\left(n, p_3 - \frac{k_3}{2}\right) - n_F\left(n, p_3 + \frac{k_3}{2}\right)\right] \delta\left(\omega - \frac{p_3 k_3}{m^*}\right) \end{aligned} \tag{30}$$

Вычислим сначала поглощение для предельного случая больцмановского газа.

Для реальных ситуаций, когда $kT >> \varepsilon$, из выражения (30) следует:

$$\mathrm{Im}\ \varepsilon_l(\omega, k_3) = (-2e^2) I_0(k_3 R) K_0(k_3 R) \left|\frac{m^*}{k_3}\right| 2\,\mathrm{sh}\left(\frac{\omega}{2kT}\right) \times$$
$$\times \sqrt{\frac{\pi kT}{\varepsilon}} \exp\left[\frac{\mu}{kT} - \frac{1}{2m^* kT}\left(\frac{(2m^*\omega)^2 + k_3^4}{(2k_3)^2}\right)\right] \times \tag{31}$$
$$\times \left[1 + 2\cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \exp\left(-\frac{\pi^2 kT}{\varepsilon}\right)\right].$$

Для случая полностью вырожденного электронного газа, когда выполнено условие (26), (27), как отмечалось ранее, электроны могут находиться только в основном состоянии ($n = 0$).

Область значений параметров, для которых $\mathrm{Im}\ \varepsilon_l(\omega, k_3) \neq 0$, определяется из неравенства

$$\frac{(2m^*\omega - k_3^2)^2}{(2k_3)^2} \leq p_F^2 \leq \frac{(2m^*\omega + k_3^2)^2}{(2k_3)^2}, \tag{32}$$

а зависимость $\omega = \omega(k_3)$ находится из уравнения $\varepsilon_l(\omega, k_3) = 0$.

Для вырожденного электронного газа при выполнении условий (26), (27), (32) получаем

$$\mathrm{Im}\ \varepsilon_l(\omega, k_3) = -2e^2 \left(\frac{m^*}{k_3}\right) I_0(k_3 R) K_0(k_3 R)\ . \tag{33}$$

Рассматривая предельные случаи коротковолнового и длинноволнового излучения, находим:

$$\mathrm{Im}\ \varepsilon_l(\omega, k_3) = -e^2 \left(\frac{m^*}{k_3}\right) \begin{cases} \dfrac{1}{k_3 R},\ k_3 R >> 1, \\ -2\ln(k_3 R),\ k_3 R << 1. \end{cases} \tag{34}$$

Таким образом, коэффициент поглощения продольной электрической волны в углеродной нанотрубке является осциллирующей функцией параметра Аронова—Бома.

Сверхпроводимость намагниченной нанотрубки

Следуя модели БКШ и используя картину Фарри и метод (u-v) преобразования Боголюбова ферми-операторов, получим уравнение для энергетической щели Δ [11, с. 773]:

$$1 = \frac{g}{4V} \sum_p \frac{\varphi(p, \theta)}{\sqrt{\bar{\varepsilon}^2 + \Delta^2}}, \tag{35}$$

где g — постоянная взаимодействия электронов,

$$\overline{\varepsilon} = \frac{p_3^2}{2m^*} + \varepsilon\left[n^2 + \left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^2\right] - \mu,$$

$$E = 2\varepsilon n\frac{\Phi}{\Phi_0} - \mu_Б H,$$

$$\varphi(p,\theta) = th\frac{\sqrt{\overline{\varepsilon}^2 + \Delta^2} + E}{2\theta} + th\frac{\sqrt{\overline{\varepsilon}^2 + \Delta^2} - E}{2\theta}.$$

Полученное уравнение описывает зависимость ширины энергетической щели и температуры фазового перехода в нормальное состояние от характерных параметров системы, включая геометрические размеры квантового цилиндра и индукции магнитного поля. Существенно, что в уравнение (35) для энергетической щели явно входит параметр Аронова—Бома, равный отношению магнитного потока через поперечное сечение цилиндра к кванту магнитного потока.

Проведем исследование уравнения (35) при нулевой температуре, когда квазичастицы отсутствуют.

Следуя рассуждениям, относящимся к формулам (26) и (27), для величины энергетической щели в предельном случае (26), (27) в итоге получим

$$\Delta \cong 2\omega\exp\left\{-\frac{4\pi^2 \hbar R p_3^F}{m^* g}\right\}, \tag{36}$$

где ω — узкий интервал энергий электронов над уровнем Ферми, участвующих во взаимодействии через обмен фононами.

Рассмотрим далее предельный случай, когда

$$\mu >> \varepsilon, \tag{37}$$

Условие (37) эквивалентно условию $N_L R >> 1$ и является обратным рассмотренному выше случаю (26), (27). Физически (37) соответствует квазиклассичности поперечного движения электронов ($n >> 1$).

Проводя в выражении (35) суммирование по квантовым состояниям, энергии которых лежат в слое шириной ω над уровнем Ферми, в предельном случае (37) получаем:

$$\Delta = 2\omega\exp\left[-\frac{2\pi\hbar^2}{mg}\right]\left\{1 + \frac{4\hbar^2}{mg}\left(N_L R\right)^{-\frac{1}{4}} \times \right.$$
$$\left. \times\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\left[2\pi k\sqrt{N_L R} - \frac{3\pi}{4}\right]}{\sqrt{k}}\cos\left(2\pi k\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\right\}. \tag{38}$$

Таким образом, как это следует из формулы (38), ширина энергетической щели испытывает осцилляции двух типов.

Первый тип — это осцилляции Аронова—Бома, в основе которых лежит неодносвязность области движения электронов в присутствии внешнего магнитного поля.

Здесь следует подчеркнуть, что осцилляции Аронова—Бома для критической температуры в случае тонкостенных сверхпроводников цилиндрической формы наблюдались экспериментально [13, с. 9]. Там же приведены качественные оценки для амплитуды этих осцилляций, которая в настоящей работе вычислена из первых принципов квантовой теории.

Второй тип осцилляций — это осцилляции, параметром которых является величина $(N_L R)^{\frac{1}{2}}$. Существенно, что эти осцилляции сохраняются и при выключении внешнего магнитного поля. В связи с этим можно говорить об этих осцилляциях как о физическом эффекте, в основе которого лежит изменение кривизны поверхности, т. е. геометрии нанотрубки.

Наконец, в предельном случае, когда $R \to \infty$, из формулы (38) получаем

$$\Delta = 2\omega \exp\left[-\frac{2\pi\hbar^2}{gm}\right]. \tag{39}$$

Этот результат соответствует предельному случаю плоской поверхности, а магнитное поле не входит в равенство (39), так как оно направлено параллельно поверхности.

* * *

Полученные аналитические формулы, описывающие магнитную восприимчивость, диэлектрическую проницаемость и ее мнимую часть, ширину энергетической щели для сверхпроводящего состояния, показывают, что существует реальная возможность управления физическими свойствами нанотрубок как при изменении их геометрии, так и при изменении индукции магнитного поля. Надо надеяться, что в ближайшее время будут преодолены трудности по экспериментальному исследованию наноструктур, а нанотрубки станут компонентами будущих наноэлектронных приборов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ведерников А. И., Говоров А. О., Чаплик А. В.* Плазменные колебания в нанотрубках и эффект Ааронова—Бома для плазмонов // ЖЭТФ. Т. 120, 2001, С. 979–985.

2. *Вологина М. В., Перепелкина Ю. В., Сезонов Ю. И., Эминов П. А.* Распространение электромагнитного излучения в углеродных нанотрубках // Труды XVIII Международного совещания «Радиационная физика твердого тела». — М.: ГНУ НИИ ПТМ, 2008. С. 778.

3. *Гейлер В. А., Маргулис В. А., Шорохов А. В.* Магнитный отклик двумерного вырожденного электронного газа в наноструктурах с цилиндрической симметрией // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. С. 1450–1462.

4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика (Сер. Теоретическая физика). — М.: Наука, 1974. Т. III. С. 752.

5. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Статистическая физика. Ч. 1 (Сер. Теоретическая физика). — М.: Наука, 1976. Т. V. С. 584.

6. *Лившиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика (Сер. Теоретическая физика). — М.: Наука, 1979. Т. X. С. 528.

7. *Поклонский Н. А., Кисляков Е. Ф., Федорук Г. Г., Вырко С. А.* Модель электронной структуры наполненой металлом углеродной нанотрубки // ФТТ. 2000. Т. 42. С. 1911–1916.

8. *Сезонов Ю. И., Эминов П. А.* Вклад обменного взаимодействия в намагниченность вырожденного электронного газа в квантовом цилиндре // Известия вузов. Физика. 2006. № 12. С. 51–54.

9. *Эминов П. А., Сезонов Ю. И., Альперн А. В., Сальников Н. В.* Обменное взаимодействие и осцилляции намагниченности электронного газа в квантовом цилиндре // ЖЭТФ. 2006. Т. 130. С. 724–728.

10. *Эминов П. А., Сезонов Ю. И., Перепелкина Ю. В.* Диэлектрические свойства намагниченного электронного газа квантового цилиндра // ФТТ. 2008. Т. 50. С. 2220–2224.

11. *Эминов П. А., Сезонов Ю. И.* Сверхпроводимость намагниченного электронного газа квантового цилиндра // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. № 4(10). С. 772–778.

12. *Iijima S.* Helical microtubules of graphitic carbon // Nature. 1991. V. 354. P. 56–58.

13. *Little W. A., Parks R. D.* Phys. Rev. Lett. Observation of Quantum Periodicity in the Transition Temperature of a Superconducting Cylinder. 1962. V. 9. P. 9–12.

14. *Kroto H.* C_{60}: Buckminsterfullerene // Nature. 1985. V. 318. P. 162–163.

15. *Saito R., Dresselhaus G., Dresselhaus M. S.* Physical properties of Carbon Nanotubes. — London: World Scientific Publ., 1998. P. 259.