

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ИДЕАЛЬНЫХ» ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
В ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНСТРУМЕНТАРИЯ ФРАКТАЛЬНОГО
И ФАЗОВОГО АНАЛИЗА**

*Работа представлена кафедрой прикладной математики
Карачаево-Черкесской государственной технологической академии.*

Проведенное автором исследование посвящено анализу динамики «идеальных» временных рядов. С целью повышения точности значения выявляемой на базе инструментария и методов фрактального анализа глубины памяти предлагается также использовать метод визуализации графического представления уровней временных рядов и фазовый анализ.

***Ключевые слова:** временной ряд, фазовый и фрактальный анализ, глубина памяти.*

USE OF “IDEAL” TIME SERIES IN ESTIMATION OF THE EFFECTIVENESS OF THE FRACTAL AND PHASE ANALYSIS TOOLKIT

The paper is dedicated to the analysis of the “ideal” time series dynamics. The method of applying usual graphic representation of time series levels and phase analysis is proposed in order to increase the accuracy of the memory depth value determined on the basis of the toolkit and fractal analysis methods.

Key words: time series, phase and fractal analysis, memory depth.

Временной ряд (ВР) значений показателя моделируемого процесса отражает динамику этого процесса. Наиболее существенной компонентой этой динамики является циклическая компонента. Важно отметить, что аналитика интересуют те характеристики этой циклической компоненты, которые присущи природе моделируемого процесса.

В настоящей работе термин «цикл» определяем применительно к эволюционным процессам, точнее – к динамическим, в частности временным, рядам.

Напомним, что в толковых словарях циклом принято называть совокупность взаимосвязанных явлений, процессов, работ, образующих законченный круг развития в течение какого-либо промежутка времени.

Мы приводим более узкое и более конкретное определение, подразумевая под термином «цикл» многократно повторяющуюся однотипную последовательность уровней (наблюдений) рассматриваемого ряда. При этом подразумевается, что следующие друг за другом последовательности имеют одинаковую или почти одинаковую длину

В числовом ВР чаще всего цикл представляет собой такую последовательность, которая состоит из двух частей: первая часть – это возрастающая (убывающая) подпоследовательность; вторая часть – убывающая (возрастающая) подпоследовательность (рис. 1). При этом подразумевается, что на смену второй части приходит подпоследовательность, подобная первой части, причем длины, т. е. количество уровней, составляющих первые части, совпадают ровно как и длины вторых частей также совпадают.

Термин «квазицикл» используем в случае, когда отсутствует строгое совпадение длин частей циклов, а так же отсутствует равенство числовых значений уровней. Иными словами, в определение «квазицикла» требуется лишь наличие подобия вида «возрастающая часть» – «убывающая часть» или, наоборот, «убывающая часть» – «возрастающая часть». На рис. 1 фрагменты *a* и *b* соотносятся как квазициклы в силу того, что являются различными длины их частей, а также числовые значения уровней.

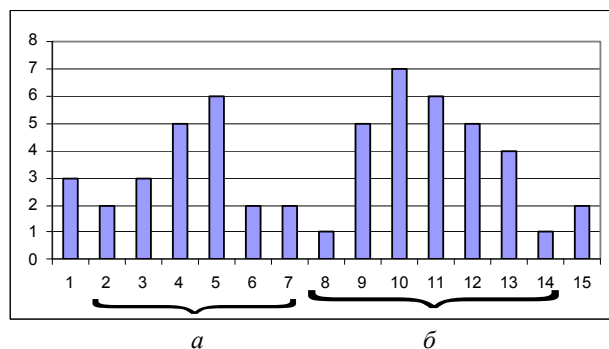


Рис. 1. Пример графического изображения двух квазициклов

Количество наблюдений, составляющих квазицикл, называем его длиной. Эту длину называем периодом, если рассматриваемый квазицикл является циклом.

Характер динамики реальных экономических ВР, как правило, плохо поддается анализу классическими статистическими методами [1; 2], что привело к пересмотру «линейной парадигмы» [1; 2] и появлению новых методов исследования ВР, в том числе и

экономических ВР. Методы нелинейной динамики, а именно: фрактальный и фазовый анализы, демонстрируют свою эффективность в исследованиях экономических ВР, для которых характерно наличие так называемого эффекта памяти [1; 2; 3]. Однако остаются еще мало изученными вопросы границ применимости этих методов, вопросы классификации ВР и др.

Основным инструментарием фрактального анализа временного ряда является алгоритм R/S -анализа, на выходе которого для данного ВР $Z: z_i, i = \overline{1, n}$ получаем R/S -траекторию и H -траекторию [1; 2; 3].

На рис. 2 представлена столбчатая диаграмма отрезка реального экономического ВР, который назовем ЭкВР и обозначим через $U = \{u_p\}$, где $p = 1, \dots, 15$.

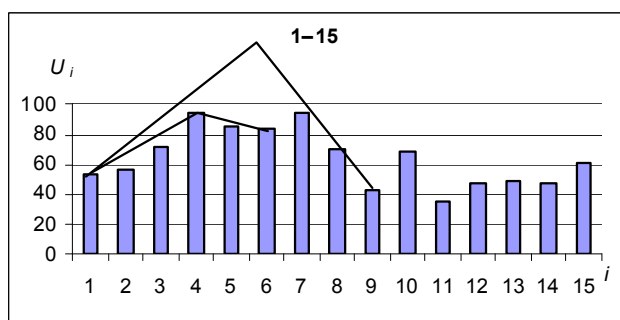


Рис. 2. Столбчатая диаграмма реального экономического ВР (ЭВР) U

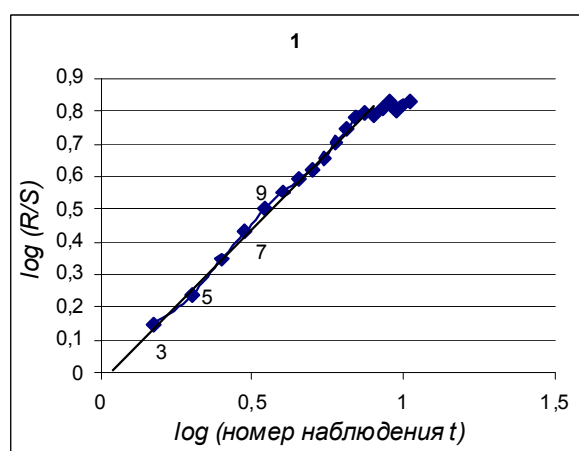
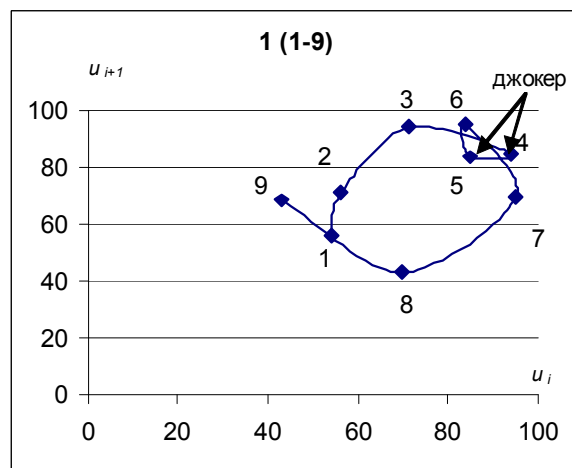
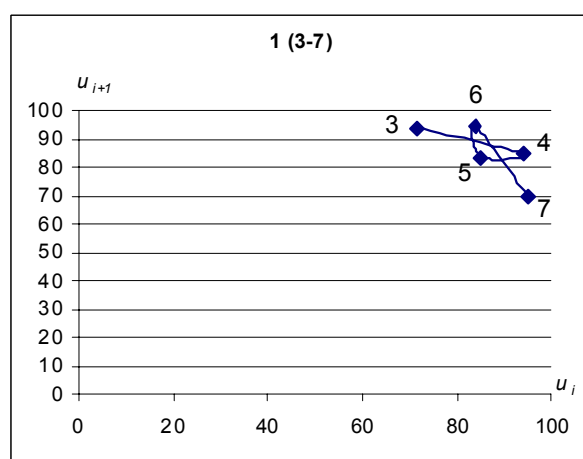


Рис. 3. R/S -траектория ЭВР U

Данный ЭкВР наглядно демонстрирует воздействие «джокера» [3], что нашло свое отражение не только в графике столбчатой диаграммы (см. рис. 2), но также и в R/S -траектории (рис. 3), и в фазовой траектории (рис. 4).



а



б

Рис. 4. Фазовая траектория ЭкВР U :
а – первые 9 точек ЭкВР U ;
б – точки с 3-й по 7-ю ЭкВР U

Отметим, что достаточно часто воздействие «джокера» выражается тем, что один или несколько уровней получают «незакономерное» приращение, т. е. последовательность положительных (отрицательных) приращений одного или нескольких уровней изменяет свой знак, после чего «возвращается» к выполнению нарушенной закономерности.

С целью выявления особенностей динамики квазициклов с «неопределенностью», а также с целью уточнения содержательной сути понятий «срыв с тренда», «потеря памяти в начале ВР», «глубина памяти» [1; 2; 3] в настоящем исследовании на базе компьютерных экспериментальных расчетов исследуются «идеальные» ВР (ИВР): поведение R/S -, H -траекторий и фазовых траекторий ИВР.

В контексте представленных выше определений терминов «цикл» и «квазицикл» подразумевается также, что в ИВР имеет место взаимнооднозначное соответствие между уровнями, составляющими первую (вторую) часть, и при этом числовые значения соответствующих друг другу уровней одинаковы.

Рассмотрим ИВР 1, представленный на рис. 5. Абсолютная величина приращения в ИВР 1 одинакова для всех наблюдений $i = 1, 2, \dots, n - 1$, причем эти приращения меняют знак с одинаковой периодичностью T , т. е. для первых T элементов приращения положительные, для следующих T элементов приращения отрицательные, после чего снова следует положительное приращение и т. д. Такое определение ИВР позволяет говорить о том, что он состоит из циклов вида «подъем-спад» с периодичностью, равной $2T$ наблюдений.

Геометрическое представление ИВР 1 на рис. 5 удовлетворяет определению понятия

«цикл». R/S -, и H -траектории этого ИВР представлены на рис. 6.

Из визуализации этих траекторий вытекают следующие утверждения:

1. Начиная с точки $l = 2T + 4 = 18$ в полученной H -траектории появляются отрицательные приращения, демонстрируя тенденцию ее ухода из области черного шума ($H > 0,8$), в область белого шума ($H < 0,6$). В этой же точке $l = 18$ R/S -траектория демонстрирует смену тренда. Таким образом точка $l = 18$ определяет собой исчерпание первого цикла длины $2T = 14$ в точке $\tau = 14$ и начало нового цикла в точке $r = 15$. Следует особо отметить тот факт, что R/S -траектория и H -траектория сигнализируют об исчерпании цикла с запаздыванием, точнее говоря, R/S - и H -траектории сигнализируют об окончании цикла на четыре шага позже, а о начале нового цикла на три шага позже.

2. Точки 4, 6, 8 в H -траектории получили отрицательное приращение, абсолютная величина которых измеряется тысячными долями единицы. При этом в этих точках практически не меняется тренд R/S -траектории. Отсюда с учетом рис. 6 можно утверждать, что пренебрежимо малые (не отмечаемые визуально) отрицательные приращения H -траектории можно не принимать во внимание в процессе фрактального анализа ВР.

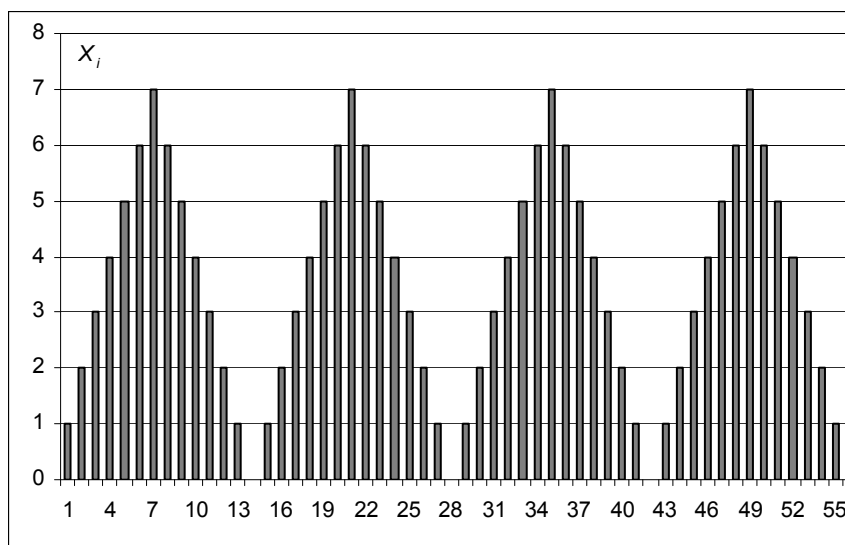


Рис. 5. Гистограмма ИВР 1

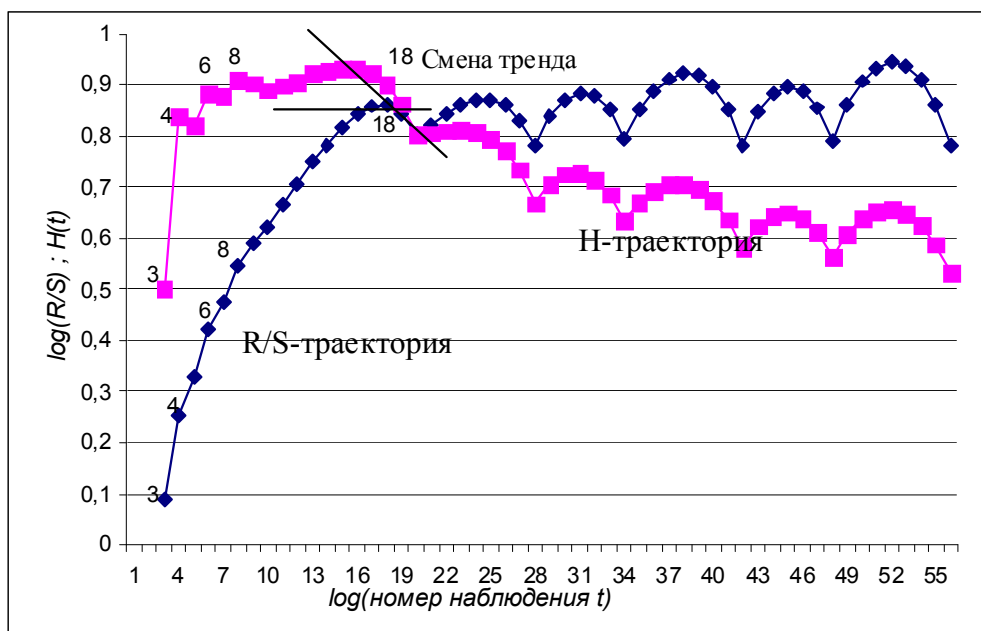


Рис. 6. R/S-траектория и H-траектория ИВР 1

3. После исчерпания первого цикла ИВР демонстрирует лишь частичную потерю памяти, которая выражается, прежде всего, в том, что его H-траектория уходит из области черного шума в область белого шума, вместе с тем локальные максимумы этих траекторий

с погрешностью в несколько единиц представляют собой нулевые границы циклов и пики циклов.

4. Для ИВР $X_{k,T}$, где $T \in \{3, \dots, 13\}$, k – количество циклов, были получены результаты, представленные в табл. 1.

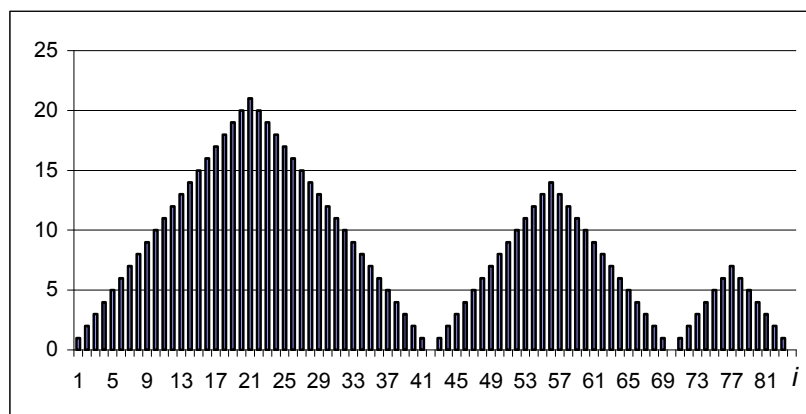
Таблица 1

Динамика изменений длин циклов и значений точек смены тренда R/S-траектории для ИВР $X_{k,T}$, $T \in \{3, \dots, 13\}$

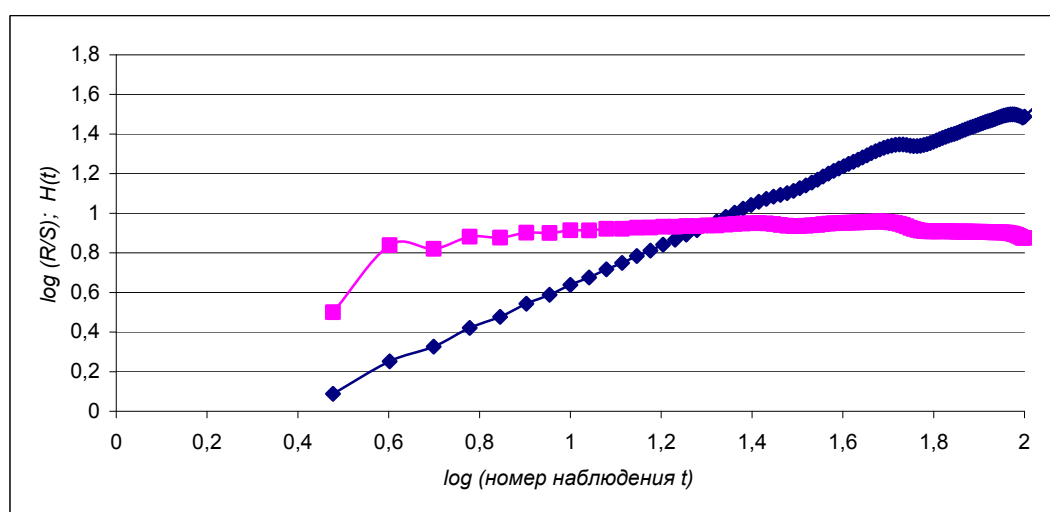
T	Длина цикла $2T$	Точка смены тренда R/S-траектории (M)	Разность ($P = M - 2T$)
3	6	8	2
4	8	10	2
5	10	13	3
6	12	15	3
7	14	18	4
8	16	20	4
9	18	23	5
10	20	25	5
11	22	28	6
12	24	30	6
13	26	33	7

На основании этих результатов точку смены тренда M можно вычислить по фор-

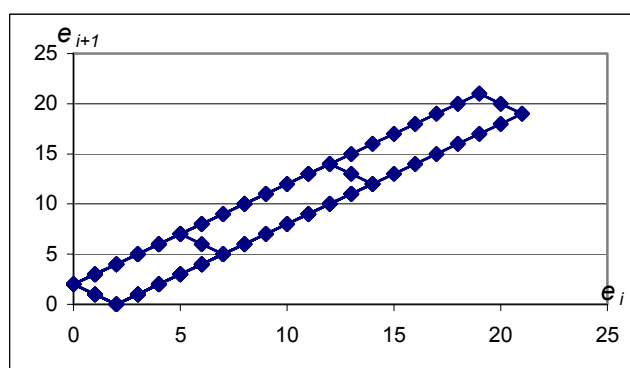
муле $M = 2T + P$, где P принимает значение целой части $P = [(T + 1)/2]$.



a



б



в

Рис. 7. Графическое представление ИВР 2 и результата применения R/S-анализа и фазового анализа ИВР 2:

a – столбчатая диаграмма ИВР 2; *б* – R/S- и H-траектории ИВР 2; *в* – фазовая траектория ИВР 2

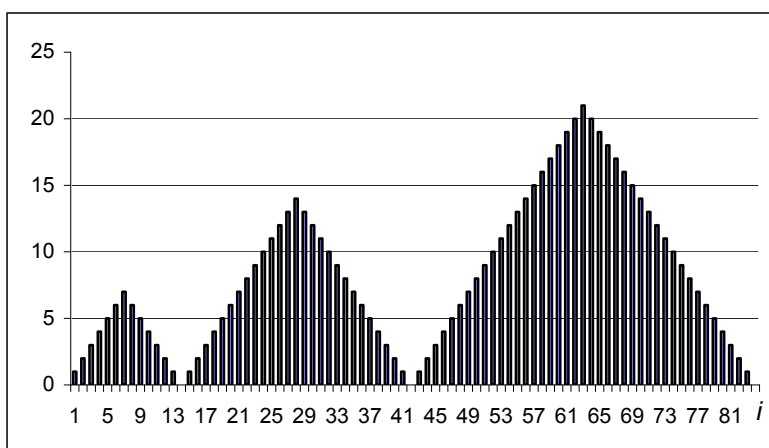
На рис. 7, *a*, 8, *a* представлены столбчатые диаграммы идеальных рядов, которые назовем ИВР 2, ИВР 3. На столбчатой диаграмме видно, что идеальные ряды ИВР 2 и

ИВР 3 состоит из трех циклов, элементы которых отличаются друг от друга на постоянную величину (абсолютная величина разности предыдущего и последующего элементов равна 1). Циклы в ИВР 2 упорядочены по убыванию их длин и максимальных значений. В ИВР 3 циклы располагаются, условно говоря, в последовательности: наименьший, наибольший и средний.

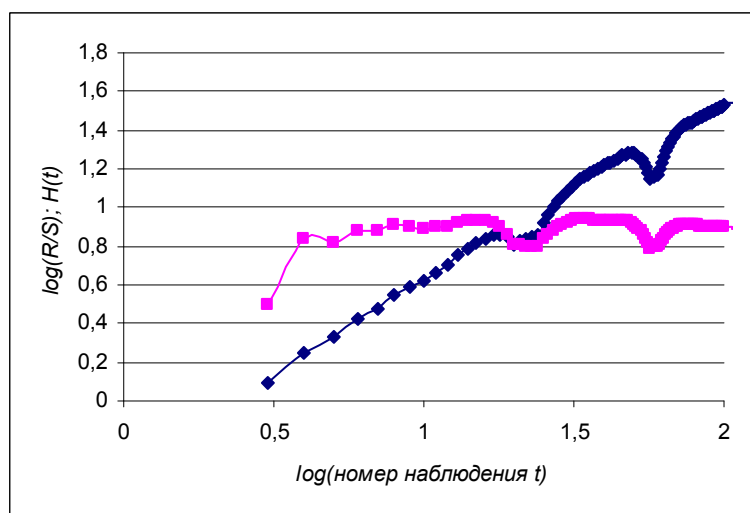
На примере ИВР 2 видно, что при явном наличии трех циклов признаки, исчерпания

памяти (цикла, квазицикла), сформулированные в [1], оказываются недостаточными: явная смена тренда R/S-траектории наблюдается при наличии существенного лага, т. е. имеет место запаздывание в появлении точки смены тренда по отношению к точке исчерпания квазицикла.

Заметим, что для ИВР 3 график фазовой траектории в точности совпадает с графиком фазовой траектории ИВР 2, представленным на рис. 8, в.



а



б

Рис. 8. Графическое представление ИВР 3 и R/S-анализа ИВР 3: а – столбчатая диаграмма ИВР 3; б – R/S- и H-траектории ИВР 3

Таким образом, в результате проведенных экспериментов с использованием различных конфигураций идеальных ВР

было выявлено, что циклы (квазициклы), которым предшествуют циклы (квазициклы) со значительно превосходящими зна-

чениями уровней, экранируются или «поглощаются» в графическом представлении R/S - и H -траекторий, а в фазовой траекто-

рии такие циклы (квазициклы) оказываются вложенными в соответствующий «большой» цикл (квазицикл).

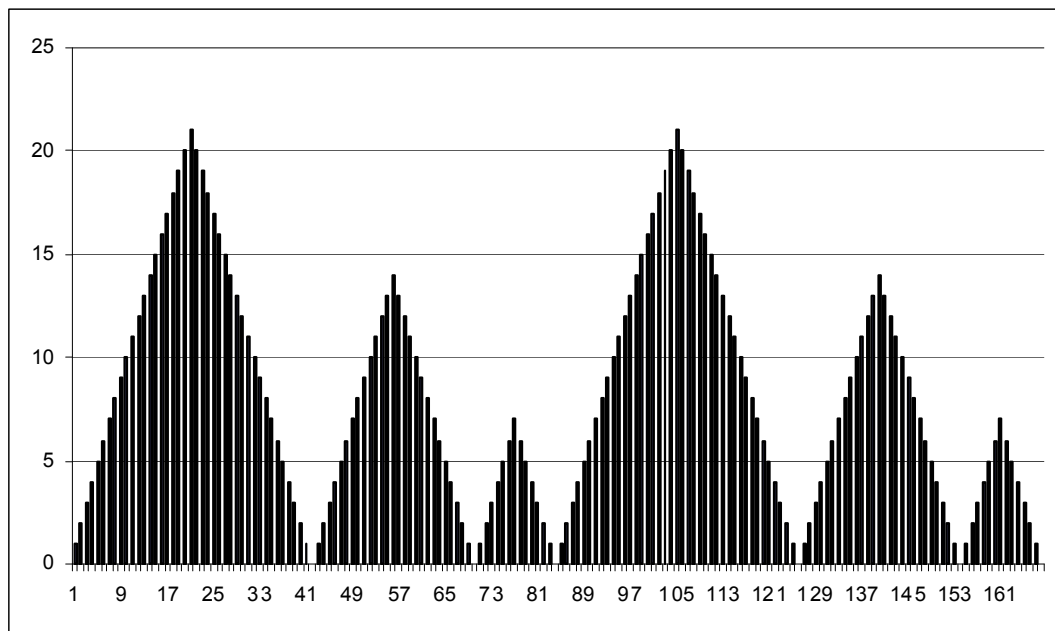


Рис. 9. Столбчатая диаграмма ИВР 4

Рассмотрим теперь ИВР 4, который состоит из шести циклов (рис. 9). Циклы в первой и второй половин ИВР 4 упорядочены по убыванию их длин и максимальных значений. Обозначим ИВР 4 через $X : X = \{x_i\}$, $i = 1, \dots, 168$.

Из ИВР 4 построены производные (агрегированные) временные ряды ИВР 5 и ИВР 6, которые соответственно обозначим через $Y = \{y_j\}$ и $Z = \{z_k\}$, где $j = 1, \dots, 83$ и $k = 1, \dots, 26$. Для ИВР 5 операция агрегирования была реализована путем выбора минимального из двух соседних значений уровней x_i , и x_{i+1} ИВР 4, т. е. $y_j = \min\{x_{2j-1}, x_{2j}\}$, $j = 1, \dots, 83$. А для ИВР 6 операция агрегирования была реализована путем суммирования семи соседних значений уровней $x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+6}$ ИВР 4, т. е. $z_k = \sum_{t=7(k-1)+1}^{7k} x_t$, $k = 1, \dots, 26$. Столбчатые диаграммы ИВР 5 и ИВР 6 представлены на рис. 10.

Отметим, что не изменяют конфигурацию R/S -траектории рассматриваемого ВР

следующие алгебраические операции для его уровней:

- умножение на константу;
- сложение с одной и той же константой;
- суперпозиция вышеуказанных двух операций.

Для агрегированных ИВР 5 и ИВР 6 был проведен R/S -анализ. На рис. 11 изображены R/S -траектории этих рядов. Проанализируем их. Известно, что исчерпание квазицикла ВР выявляется тем, что в R/S -траектории начальный линейный тренд меняет свое направление. Строго говоря, термин «начальный линейный тренд» не предполагает, что каждая его точка имеет строгую принадлежность одному и тому же отрезку прямой. Иными словами, в реальности те или другие точки начального линейного тренда могут находиться на некотором «малом» расстоянии от указанного отрезка прямой. На рис. 11, а, например, две точки 4 и 6 находятся на некотором расстоянии от указанного отрезка. В связи с этим фактом, в процессе визуализации R/S -траектории возникает вопрос о существовании некоторой не-

определенности при выборе точки смены тренда. Например, на рис. 11, *а* точкой смены линейного тренда можно считать также либо точку 13, либо точку 14.

Экспериментальные расчеты показывают, что процесс определения номера точки смены линейного тренда может быть затруднен ситуацией, которую демонстрирует рис. 11, *б*.

На рис. 11, *б* на роль точки смены тренда претендуют как номер 4, так и номер 7, т. е. больший номер почти в два раза превосходит меньший номер, откуда два варианта опреде-

ления длины квазицикла могут иметь достаточно большое расхождение.

Наряду с R/S-анализом рассматриваемых рядов в настоящей работе был проведен и фазовый анализ, результаты которого, а именно первые квазициклы фазовых траекторий ИВР 5 и ИВР 6 представлены на рис. 12. Совокупность результатов R/S-анализа и фазового анализа позволяют однозначно определить длины первых квазициклов ИВР 5 и ИВР 6. Очевидно, что для ИВР 5 длина первого квазицикла равна 14, а для ИВР 4 равна 7.

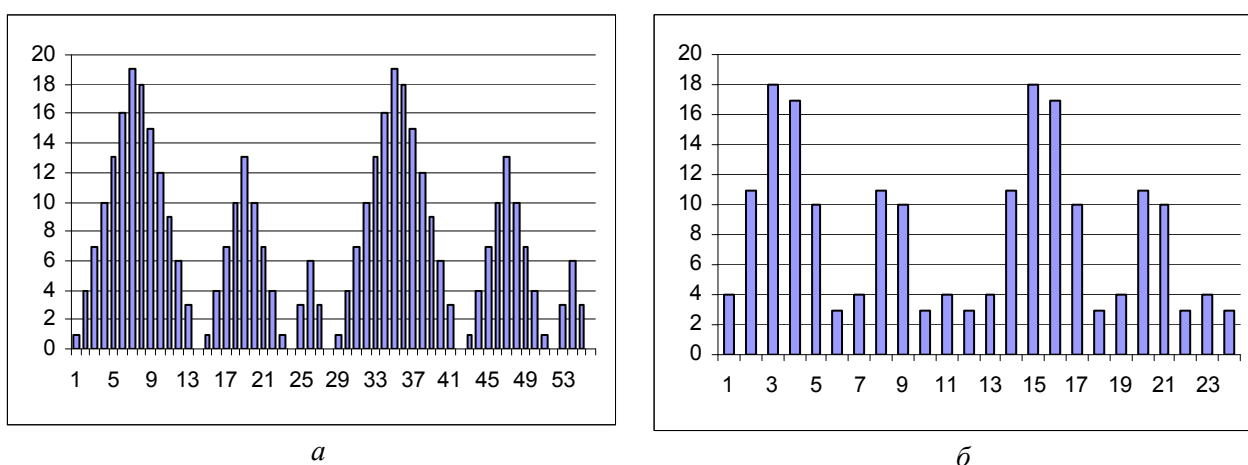


Рис. 10. Столбчатые диаграммы начальных отрезков ИВР 5 и ИВР 6, полученных из ИВР 4 путем агрегирования:
а – ИВР 5; *б* – ИВР 6

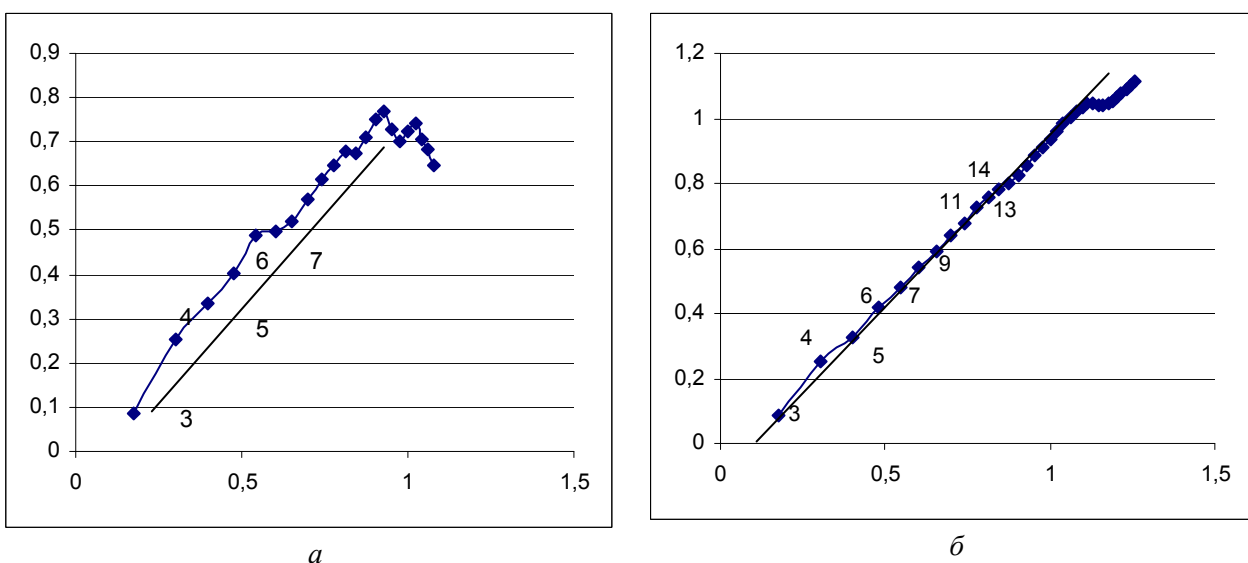
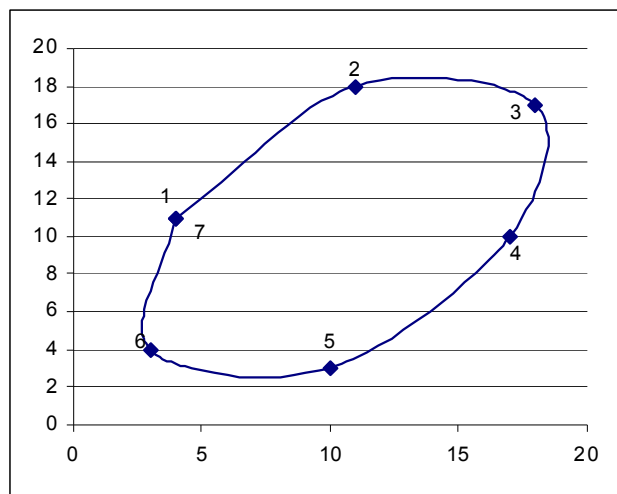
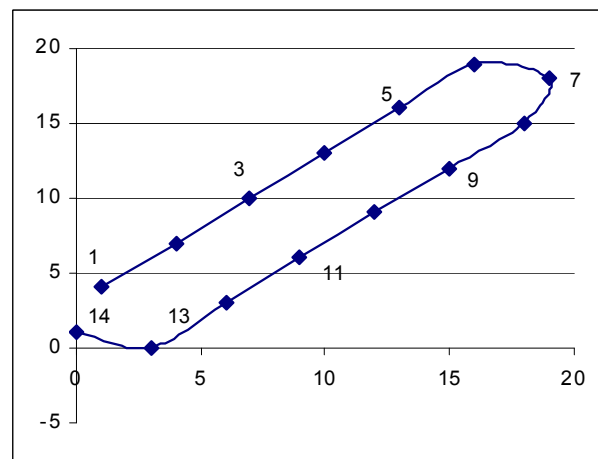


Рис. 11. R/S-траектории ИВР 5 (*а*) и ИВР 6 (*б*)



a



б

Рис. 12. Начальные фазовые траектории ИВР 5 (*a*) и ИВР 6 (*б*)

На основе всего вышеизложенного можно сделать вывод.

Представленные в работе методы последовательного R/S-анализа и фазового анализа при

совместном их применении дают более полную и точную информацию о структуре исследуемого ВР, о наличии или отсутствии циклической компоненты, о глубине памяти и т. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. М.: Мир, 2000. 333 с.
2. Перепелица В. А., Попова Е. В. Математическое моделирование экономических и социально-экологических рисков. Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовского университета, 2001. 128 с.
3. Перепелица В. А., Тебуева Ф. Б., Темирова Л. Г. Структурирование данных методами нелинейной динамики для двухуровневого моделирования. Ставрополь: Ставропольское книжное издательство, 2005. 284 с.

REFERENCES

1. Peters E. Chaos i poriyadok na rynkakh kapitala. Novyy analiticheskiy vzglyad na tsikly, tseny i izmenchivost' rynka. M.: Mir, 2000. 333 s.
2. Perepelitsa V. A., Popova E. V. Matematicheskoye modelirovaniye ekonomicheskikh i sotsial'no-ekologicheskikh riskov. Rostov-na-Donu: Izd-vo Rostovskogo universiteta, 2001. 128 s.
3. Perepelitsa V. A., Tebueva F. B., Temirova L. G. Strukturirovaniye dannykh metodami nelineynoy dinamiki dlya dvukhurovneвого modelirovaniya. Stavropol': Stavropol'skoye knizhnoye izdatel'stvo, 2005. 284 s.