

Е. Ф. Фефилова

ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ УСПЕШНОСТЬ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

В статье рассматриваются «личностные» и «ситуативные» факторы результативности решения сюжетных задач. Ситуативные факторы связаны с понятием сюжетной задачи и процессом ее решения. К ним относятся: сложность формулировки сюжетной задачи (количество ситуаций, представленных в задаче, структура формулировки, новизна условия, «маскировка» условий, а также содержащееся в условии противоречие здравому смыслу, структурированность условия задачи), противоречие между общими схемами решения и конкретными условиями задачи. К личностным факторам относятся: уровни развития интеллекта, когнитивно-стилевые особенности восприятия и переработки информации, субъектный опыт школьника, низкая самооэффективность (self-efficacy) и мотивационные характеристики.

Ключевые слова: сюжетная задача, процесс решения задачи, успешность решения задачи, объективные и субъективные факторы.

E. Fefilova

FACTORS OF PROBLEM SOLVING EFFECTIVENESS IN TEACHING MATHEMATICS

Objective conditions of effective problem solving depends on such factors as complication of the problem text (the number of situations in problems, the structure of the text, originality of the problem situation, “concealment” of the data and also contradiction to the real meaning, the structure of the data), contradiction between common schemes of solving and the definite problem data. Subjective conditions include such factors as the degree of intelligence, cognitive and style peculiarities of perceiving and operating of information, subject experience, the low level of self-efficacy and motivation.

Key words: text problem, process of problem solving, effective solving of problems, objective and subjective factors.

Анализ сюжетных задач и процесса их решения, опыт работы, анализ проведенных анкет для учителей математики, проведенных письменных опросов по решению различного вида сюжетных задач позволил нам выделить «ситуативные» и «личностные» [12] факторы результативности решения данного вида задач. К «ситуативным» относят те параметры, которые непосредственно связаны с задачей и процессом ее решения: содержание, формулировка, способ предъявления, связь между величинами, обобщенность данных и др., а также метод и способ ее решения, приемы работы с решенной задачей. К личностным факторам отнесем все особенности личности школьника и его познавательной сферы, которые могут повлиять на результативность или динамику мыслительного процесса: субъектный опыт, когнитивно-стилевые особенности восприятия и переработки информации.

Кроме того, отметим, что все факторы успешности решения сюжетных задач могут быть условно разделены еще на «подсказки» и «барьеры», т. е. на те, которые способствуют поиску решения задачи, и те, которые препятствуют этому процессу.

Среди ситуативных факторов, которые связаны с сюжетной задачей и процессом ее решения, выделим следующие, наиболее значимые факторы:

1. *Сложность формулировки условия задачи.*

• Число ситуаций задачи. Это условие является как показателем сложности, так и трудности сюжетной задачи. Наше экспериментальное исследование показало, что чем больше ситуаций в условии задачи, тем большее количество ошибок делает школьник и тем большее количество времени он затрачивает на ее решение. Кроме того, отметим, что в каждой сюжетной задаче отражаются одна или несколько связанных между собой ситуаций, формализуемых некоторым основным отношением, которое выявляется в ходе анализа задачи на основе обобщения отношений. Типичным примером такого отношения является отношение, зада-

ваемой формулой $a \cdot b = c$, с помощью которой можно описать большое число разнообразных проявлений: связь пройденного пути, скорости и времени при равномерном движении; связь цены, количества и стоимости изделий; связь производительности труда, времени и объема выполненной работы и т. д. Два значения одной и той же величины можно связать одним из следующих пяти условий: *разностное отношение* (больше / меньше на...); *кратное отношение* (больше / меньше в... раз); *процентное отношение* (составляет... %); *часть от числа*; *нахождение суммы*, которые можно отнести как к усложняющим факторам решения задач, так и к другому основному отношению, реализованному на предметной области задачи, которое в обобщенном виде можно задать формулой $a_1 \cdot a_2 = a_3$. Анализ успешности решения сюжетных задач единого государственного экзамена выпускниками школ Архангельской области показал, что задачи, содержащие связь между значениями одной и той же величины, выраженными в процентах или в виде отношения, вызывали огромнейшие трудности при их решении. Так, с задачей «Объемы ежегодной добычи угля первой, второй и третьей шахтами относятся как 8 : 9 : 10. Первая шахта планирует уменьшить годовую добычу угля на 4%, а вторая шахта – на 2%. На сколько процентов должна увеличить годовую добычу угля третья шахта, чтобы суммарный объем добываемого за год угля не изменился?» не справились или не решали около 80% выпускников школ 2008 г. В то же время задачу «Два мебельных мастера, работая вместе, могут за 1 неделю собрать 50 столов. Работая отдельно, первый мастер собирает 60 столов на одну неделю дольше, чем такое же число столов собирает второй мастер. За сколько недель первый мастер соберет 40 столов?» не решили около 60% выпускников, причем школьники утверждают, что одними из трудных сюжетных задач для них являются задачи, в которых реализовано процентное отношение.

В любой сюжетной задаче имеет место иерархия отношений. На высшем уровне на-

ходится основное отношение, которое, управляя процессом поиска логической структуры решения задачи, определяет стратегию ее решения.

- Степень новизны условия сюжетной задачи. Этот фактор не позволяет школьнику сразу же провести аналогию с ранее решенными задачами. Так, наши экспериментальные данные показали, что около 80% учащихся основной школы не справляются с решением следующей задачи: «За десять дней пират Ерема способен выпить бочку рома, а у пирата, у Емели, ушло б на это две недели. За сколько дней прикончат ром пираты, действуя вдвоем?», так как, по их мнению, они таких задач (с таким условием) не решали.

- «Контринтуитивность» задачи [11]. В этом случае условия сюжетной задачи противоречат здравому смыслу или прошлому опыту ребенка, что делает задачу для него особенно трудной. Так, проведенный нами эксперимент показал, что при решении сюжетной задачи «Над цепью озер летела стая гусей. На каждом озере садилась половина гусей и еще половина гуся, а остальные гуси летели дальше. Все гуси сели на n озерах. Сколько гусей было в стае?» первый вопрос у учащихся возникал по поводу половины гуся (полгуся лететь не может).

- «Маскировка» условий. Формулировка задачи сама по себе может осложнять поиск решения. Это происходит тогда, когда одни условия в ней подчеркнуты, а другие «замаскированы», когда связь между величинами задана неявно, когда в задаче имеются «ловушки» и др. В нашем экспериментальном исследовании была использована следующая известная задача: «Два охотника отправились одновременно навстречу друг другу из двух деревень, расстояние между которыми 18 км. Первый шел со скоростью 5 км/ч, а второй – 4 км/ч. Первый охотник взял с собой собаку, которая бежала со скоростью 8 км/ч. Собака сразу же побежала навстречу второму охотнику, встретила его, повернула и с той же скоростью побежала навстречу своему хозяину. Встретила его, повернула и побежала

навстречу второму охотнику и т. д. Так она бегала от одного охотника к другому, пока те не встретились. Сколько километров пробежала собака?». Сама форма задачи провоцировала учащихся на совершение привычных для решения задач на движение действий, что закономерно как увеличивало время на ее решение, так и не позволяло многим школьником ответить на вопрос задачи. Правильное же решение заключается в том, что собака бегала ровно 2 часа, т. е. столько времени, сколько потребовалось до встречи охотников, а следовательно, ее путь составил 16 км.

- Исходная структурированность условия сюжетной задачи. Наше экспериментальное исследование показало, что чем проще структура сюжетной задачи, тем четче выделены ее элементы, тем легче она решается. Так, например, учащиеся успешнее решают сюжетную задачу, в формулировке которой вначале представлены все условия, а затем сформулирован вопрос, т. е. задача имеет структуру «условие-требование», и испытывают затруднения, если вопрос задачи разбивает условие на отдельные части, при этом задача имеет структуру «условие-требование-условие».

2. *Противоречие между общими схемами решения и конкретными особенностями сюжета*, например, введение вспомогательной единицы при решении задач, учет не одновременности наступления события и др. Наличие общих представлений о том, как должна решаться та или иная задача, в некоторых случаях может выступать существенной помехой в поиске решения сюжетных задач. Так, например, учащиеся испытывают большие трудности при решении такой задачи: «С борта судна свисает веревочная лестница. Ее нижняя ступенька касается воды. Расстояние между ступеньками 70 см. Вода во время прилива поднимается со скоростью 50 см в час. Сколько ступенек будет закрыто через 3 часа?» Это объясняется тем, что школьники не учитывают того, что веревочная лестница во время прилива поднимается вместе с кораблем. Следует отметить, что усложняющими факторами в решении сю-

жетных задач, рассматриваемых в школьном курсе математики, выступают также принятые соглашения: скорость считается постоянной на всем протяжении пути; время выражается точным числом (в реальной ситуации чаще всего этот параметр носит приближенный характер); движение осуществляется обязательно прямолинейно и др.

3. «Оптимум мотивации» как условие успешности решения сюжетных задач (закон Р. Йеркса – Дж. Додсона [13]). Этот закон, закон зависимости между трудностью задачи и уровнем мотивации, объясняет, почему желание немедленно найти ответ задачи выступает серьезным барьером на пути к ее решению. В процессе обучения выделяют «собственные внутренние мотивы учебной деятельности учащихся и внешние мотивы. Первые связаны с процессами познания и социального взаимодействия, а также некоторыми личностными образованиями, такими, как самоуважение и самооценка» [2, с. 28]. Но вместе с тем следует отметить, что, несмотря на то, что мотивация является тем побудителем, который направляет умственную деятельность ребенка на осознание своих действий, а следовательно, способствует развитию его рефлексивных способностей, здесь очевидна неадекватная (излишне высокая) величина мотивации – решить задачу, которая не позволяет учащимся осознавать свои действия. Кроме того, в психологии (Л. С. Выготский, Г. А. Цукерман и др.) доказано, что способность к рефлексии сама по себе без целенаправленного обучения не формируется, поэтому целесообразно стимулировать развитие рефлексивных способностей, используя специальные задания для учащихся. «Стимулированию развития рефлексивных способностей помогают задания, которые заставляют ученика сомневаться в правильности сделанных им выводов, действий, а значит, положительно влияют на формирование у них потребности в логическом обосновании собственных утверждений» [4, с. 105].

Так, осознанию необходимости анализа собственной деятельности по решению сюжетных задач способствует работа с решен-

ной задачей, а также задания, не требующие нахождения ответа задачи. Это создает благоприятные условия, так как над учеником не довлеет требование «решить задачу». Таким образом, создаются условия для интеграции личного опыта решения сюжетных задач с научным, возникает желание переработать этот чужой опыт и сделать его собственным.

4. *Перенос*. Использование существующих знаний, опыта, средств, методов и способов решения для решения новых сюжетных задач. Перенос можно рассматривать как положительное, так и как отрицательное явление для поиска решения задач. И в том, и в другом случае устанавливается сходство или выявляются элементы подобия задачи и процесса ее решения. Условиями, облегчающими успешный перенос, являются: реальное подобие методов и способов решения, четкое вычленение и формулирование условий задачи, обобщенность способа решения, т. е. обнаружение существенных связей, лежащих в его основе. К факторам, затрудняющим перенос, можно отнести новизну объектов, требований и операций решаемой задачи; слишком большое число неизвестных и связей между ними; составной характер задачи, «контринтуитивность» условий и требований задачи, сходство второстепенных деталей при отсутствии подобия основных структурных элементов задачи.

Перенос может служить не только важным плюсом, но и серьезным затруднением на пути к решению. Типичное проявление проблемы переноса состоит в том, что после значительных усилий, приведших к успеху, решатель обнаруживает, что необходимый способ уже был ему знаком, использовался им ранее, но почему-то не «всплыл» в памяти в нужный момент, и его пришлось искать или открывать заново. Такого рода издержки еще более очевидны в условиях коллективного решения проблем (особенно слабо структурированных и крупномасштабных), когда затраты на повторные поиски ответа могут быть громадны. Но особенно наглядны негативные последствия переноса в ситуации неуспеха: когда школьник упорно придержи-

вается известного ему приема решения, который не годится для данной задачи. Д. Пойа по этому поводу писал: «Здесь совершенно ясно следующее: еще недостаточно обладать требуемыми знаниями в некотором потенциальном состоянии; мы должны вспомнить о них, когда это становится необходимым, оживить их, мобилизовать, сделать пригодными для достижения нашей цели, приспособить к нашей задаче, организовать их» [3, с. 265].

Рассмотрим **личностные (субъективные) параметры**, т. е. действующие независимо от особенностей задачи или проблемы, которые определяют *степень восприимчивости* человека к ситуативным факторам. К ним относят широкий круг явлений. В рамках данной статьи остановимся лишь на наиболее значимых для решения сюжетных задач и обучения их решению.

1. *Структура и свойства интеллекта.* Очень важное влияние на успешность решения сюжетных задач оказывает *структура* интеллекта человека. Психологические теории предлагают несколько разноплановых представлений о «составных частях» интеллекта или отдельных интеллектуальных *способностях*. Так, Ч. Спирмен (1927) [5, с. 21–22] предположил существование в структуре интеллекта центрального фактора, который обеспечивает успешность выполнения любых интеллектуальных тестов или решения разноплановых задач человеком. Он назвал его фактор «G». В соответствии с авторским замыслом эту общую способность чаще всего интерпретируют как уровень «интеллектуальной энергии». Помимо основного, был выделен ряд дополнительных факторов: вербальных, пространственных и числовых (счетных) способностей, т. е. специальных способностей, которые он назвал S-факторы. Дж. Гилфорд (1965) [10] же предложил многомерную модель интеллекта, в которой выделил около ста пятидесяти отдельных интеллектуальных способностей, которые объединены в три группы: *процедуры* (распознавание, память, дивергентное мышление, конвергентное мышление, оценка); *результаты решения* (эле-

менты, классы, отношения, системы, трансформации, импликации; *содержание задачи* (символическое, семантическое, визуальное, аудиальное).

Еще одна модель интеллекта была предложена Р. Кеттеллом (1971) [8], которая включает в себя разделение «флюидного» и «кристаллизованного» интеллекта. Флюидный (или «текучий») интеллект отвечает за скорость и точность текущего оперирования информацией (особенно символьной и в ситуации решения новых для человека задач и проблем). «Кристаллизованный» интеллект является суммацией опыта личности и меняется в зависимости от культурной среды, в которой обучается и воспитывается человек, и включает в себе разноплановые слои устойчивых знаний (например, арифметические и алгебраические операции, словарь выражений родного языка и др.). Два этих вида интеллекта находятся между собой во взаимно дополнительных отношениях. Поэтому, «когда в связи с возрастным ослаблением флюидного интеллекта способность решать определенные виды задач снижается, возникают эффективные стратегии преодоления этих проблемных ситуаций с помощью развитых возможностей кристаллизованного интеллекта, который поступательно развивается практически всю жизнь человека» [9].

Так, наши экспериментальные данные показывают, что школьники с более высокими интеллектуальными показателями:

- успешнее решают самые разнообразные типы задач;
- лучше выдвигают и проверяют гипотезы, исключая неверные;
- менее подвержены негативному влиянию «ложных идей» в виде шаблонов и привычек;
- значительно быстрее обнаруживают неявные связи, которые содержатся в сюжетных задачах;
- проще преодолевают трудности в процессе поиска решения сюжетных задач и нахождении различных способов их решения.

2. *Сформированность эвристических приемов.* На успешность решения сюжетной

задачи оказывает влияние наличие у решателя эвристических средств. «*Эвристики* – обширное «семейство» разноплановых приемов мышления от простейшей возможности прервать в какой-то момент ход решения до сложнейших форм интеллектуальной рефлексии – предназначены для эффективного *самонаведения* человека на решение задачи или проблемы» [1]. Эвристики позволяют избежать полного перебора вариантов, направленных на поиск решения задачи. Но также эвристики могут играть и отрицательную роль в ходе решения, так называемые, минус-эвристики в определенных случаях приводят к закономерным ошибкам.

3. Личностные особенности.

• Субъектный опыт ребенка. Субъектный опыт ребенка И. С. Якиманская [6] определяет, как опыт жизнедеятельности отдельного человека, приобретаемый и реализуемый в ходе познаний окружающего мира, в общении, в различных видах деятельности. В нем представлены как результаты обучения, так и взаимодействия с окружающей действительностью. Содержание субъектного опыта составляют:

- предметы, представления, понятия;
- операции, приемы, правила выполнения действий;
- эмоциональные коды (личностные смыслы, ценности, установки).

Эти составляющие взаимосвязаны. «При усвоении материала ученик «пропускает» его через свой субъектный опыт и превращает в индивидуальные знания. Иного пути формирования знания нет» [6]. В процессе обучения решению сюжетных задач должны быть выявлены и максимально использованы особенности субъектного опыта каждого ребенка. Так, при решении задачи «Поезд прошел мимо неподвижно стоящего на платформе человека за 6 с, а мимо платформы длиной 150 м – за 15 с. Найти скорость движения поезда и его длину» учащиеся чаще всего допускают ошибку при нахождении длины поезда, так как не учитывают того, что за 15 с мимо платформы проходит весь поезд, от первого до последнего вагона.

• Когнитивно-стилевые особенности восприятия и переработки информации. Наиболее разработанными и важными для понимания процесса решения сюжетных задач можно называть следующие особенности восприятия и переработки информации: дифференцированность поля (с параметрами «полезависимость-полenezависимость»), обобщенность категорий («абстрактный-конкретный», «сглаживание-заострение»), тип реагирования («импульсивность-рефлексивность»), когнитивная «сложность-простота»). Американский психолог Г. Виткин обратил внимание на то, что «у некоторых испытуемых результаты опыта серьезно зависели от фона, на котором воспринимался объект» [2, с. 49], поэтому, говоря о дифференцированности поля, в первую очередь мы выделяем структурирующую способность восприятия текста сюжетной задачи. Рассматривая обобщенность категорий, в экспериментальных исследованиях выявилась связь между предпочитаемой человеком обобщенностью категорий с характером решения задач на поиск сходства и различия предлагаемых задач, а также приемов поиска их решения.

• Низкая самооэффективность (*self-efficacy*) – недоверие к собственным интеллектуальным (и самым разным другим) возможностям. Это важное понятие, разработанное А. Бандурой [7], отражает комплекс качеств, позволяющих человеку преодолевать сложные проблемные ситуации или, наоборот, препятствующих этому. Следует заметить, что речь идет о возможности осознать свои способности и активно выстраивать решение любой задачи, в том числе и сюжетной.

• Мотивационные характеристики. Немаловажное влияние на успешность решения задач и проблем оказывает строение мотивационной сферы человека. Существует целый ряд постоянно действующих и практически независимых от конкретной ситуации мотивов, которые могут быть удовлетворены за счет протекания процессов решения или каких-либо достижений в интеллектуальной сфере ученика. Из всего многообразия таких мотивов отметим мотивацию

достижения или избегания неуспеха, степень развития познавательной мотивации, преобладание ориентации «на действие» или «на состояние». Названные факторы играют важную роль: они позволяют школьнику соотнести оценку своих возможностей (например, с какими по сложности задачами он готов справиться) с уже достигнутыми результатами (успех или неуспех предыдущего решения) и выработать на этом осно-

вании определенную стратегию по достижению цели (здесь проявляются достаточно близкие аналогии с явлением самоэффективности А. Бандуры).

Таким образом, нами рассмотрены в данной статье лишь некоторые, наиболее значимые, факторы, определяющие успешность решения сюжетных задач, которые целесообразно учитывать в процессе обучения их решению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ланда Л. Н.* О соотношении эвристических и алгоритмических процессов // Научное творчество. М., 1969. С. 357–368.
2. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / Под научн. ред. Н. Л. Стефановой, Н. С. Подходовой. М.: Дрофа, 2005. 416 с.
3. *Пойа Д.* Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. 2-е изд. М., 1976. 265 с.
4. *Фефилова Е. Ф.* Теория и методика обучения математике: обобщение и систематизация знаний и умений по решению сюжетных задач: Учеб. пособие. Архангельск: Поморский университет, 2004. 160 с.
5. *Холодная М. А.* Психология интеллекта: парадоксы исследования. Томск: Изд-во Том. ун-та; М.: Барс, 1997. 392 с.
6. *Якиманская И. С.* Разработки технологии личностно ориентированного обучения. // Вопросы психологии. 1989. № 6. С. 3–29.
7. *Bandura A.* Regulation of cognitive processes through perceived self-efficacy // *Developmental Psychology*. 1989. № 25. P. 729–735.
8. *Cattel R. B.* Abilities: their structure, growth and action. Boston: Houghton Mifflin, 1971. 168 p.
9. *Dixon R. A., Baltes P. B.,* Toward life-span research the functions and pragmatics of intelligence // *Practical intelligence: Nature and Origins of competence in the everyday world* / R. J. Sternberg, R. K. Wagner (Eds.). 1986). New York: Cambridge University Press, 1986. P. 203–235.
10. *Guilford J. P.* The Nature of Human Intelligence. New York: Scribner, 1967. 250 p.
11. *Kotovsky K., Hays J. R., Simon H. A.* Who are some problems hard? Evidence from the tower of Hanoi // *Cognitive Psychology*. 1985. № 17. P. 248–294.
12. *Oléron P.* Les activités intellectuelles // *Traité de psychologie expérimentale*. Vol. VII «L'intelligence» / P. Fraisse, J. Piaget (Eds.) / Paris: PUF. 1963. P. 1–63.
13. *Suedfield P., Glucksberg S., Vernon J.* Sensory deprivation as a drive operation: effect upon problem solving // *Journal of Experimental Psychology*. 1967. № 75. P. 165–169.