И. А. Иванов

МОДЕЛЬ КУРСА АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ АНАЛИЗА ДЛЯ КЛАССОВ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Рассматриваются принципы построения двухъядерной модели курса алгебры и начал анализа для профильных классов естественнонаучного направления. При проектировании курса широкое применение находит логика прикладной математики (рациональная логика). Основной деятельностью ученика в этом курсе является деятельность по математическому моделированию.

Ключевые слова: логика прикладной математики, рациональная логика, личностно ориентированное обучение, математическое моделирование, курс алгебры и начал математического анализа.

I. Ivanov

THE MODEL OF ALGEBRA AND THE FOUNDATIONS THE ANALYSIS COURSE FOR NATURAL SCIENCES CLASSES

Principles of constructing a two-nuclear model of Algebra and the Foundations of Analysis course for natural-science high school classes are regarded. The logic of applied mathematics (the rational logic) is employed in the e design of the course. The basic activities of learners are those of mathematical modeling.

Keywords: logic of applied mathematics, rational logic, learner-centered teaching, mathematical modeling, algebra and foundations of analysis course.

Математическое образование в России как составная часть государственной системы образования, ведущее свою *историю* от Школы математических и навигацких наук (1701), долгое время находилось под сильным влиянием модели европейской образовательной системы XIX века, направленной на передачу знаний (модель информационного обучения). В XX веке оно осталось принципиально неизменным, но начало XXI века выявило следующие *особенности* развития совре-

менной системы образования, в частности в России.

1. Формируется *новая научная картина мира*, в рамках которой человек воспринимается «как элемент экосистемы с его самобытностью и самоценностью» [12, с. 116].

2. *Развитие глобальных информационных сетей и технологий* требует от учащихся умения самостоятельно получать, обрабатывать и применять информацию в учебной и внеучебной деятельности [1].

3. *Изменение типа социокультурного наследования* позиционирует преимущества подготовки к *овладению* ранее не существовавшими методами познания и практики [3; 4].

4. В настоящее время *кризис образования* выражается «в кризисе социализации, разрыве между образованием и культурой, увеличении отставания образования от науки и потребностей общества» [12, с. 19].

Перечисленные выше особенности системы образования требуют проектирования процесса изучения математики в направлении передачи полномочий ученику по реализации *ведущей роли* в образовательном процессе. В пользу этого направления в построении математики как учебного предмета говорит и современный парадигмальный сдвиг в психологии в сторону антропологической парадигмы [11], в которой развитие рассматривается не столько по сущности социума, сколько по сущности человека.

В конструируемых концепциях системы образования эти особенности фрагментарно находят свое отражение. В Концепции структуры и содержания общего среднего образования [7; 8; 9] указывается, что «характерной чертой современного этапа развития среднего образования является *личностно ориентированный* образовательный процесс, учитывающий и развивающий индивидуальные особенности учеников» [9, с. 8]. Кроме этого, выделяются две основные функции школьного математического образования: *образование с помощью математики*, направленное на развитие учащихся, и *собственно математическое образование* как элемент профессиональной подготовки.

Излагаемая на определенном уровне строгости система математических знаний требует адаптации ученика к задаваемому уровню абстракции, что может вступить в противоречие с его *субъектным опытом* (по И. С. Якиманской, — «принадлежащий конкретному ученику жизненный опыт, включающий различные формы и способы деятельности» [13, с. 65]). Также И. С. Якиманская считает, что «далеко не все понятия, организованные в систему по всем правилам логики, усваиваются учащимися, а только те, которые входят в состав их личного опыта» [13, с. 73].

Конструируемый нами курс математики для старшей профильной школы базируется на принципиально новой для методики математики *концепции* широкого *применения рациональной логики*. Исторический обзор развития математики *как науки* приводит к выводу об объективно существующих и диалектически взаимодействующих двух ее ветвей — *теоретической* и *прикладной математики*. Анализ процесса развития математики [5; 6 и др.] с позиции используемой логики при проведении обоснований, а особенно в период с древнейших времен до нового времени (XVIII в.) [6], дает возможность увидеть, что именно этот период характеризуется применением в основном так называемых *рациональных рассуждений* при возникновении фундаментальных разделов математики, составляющих основу содержания современного школьного курса математики.

Термин «рационализм» (от лат. *rationalis* — разумный, *ratio* — разум) — «точка зрения рассудка, соответственно — разума; совокупность философских направлений, делающих центральным пунктом анализа разум, мышление, рассудок — с субъективной стороны, а разумность, ло-

гический порядок вещей — с объективной» [10, с. 386]. Под термином «рациональный» соответственно понимается: «1) разумный, отправляющийся от разума, осуществляющийся благодаря разуму; 2) соответствующий разуму, целесообразный, практический, вполне осмысленный» [10, с. 386]. Противоположным понятием понятию «рациональное» является понятие «иррациональное» (лат. *irrationalis* — неразумное) — то, что не может быть постигнуто разумом, что явно не подчиняется законам логики, что оценивается как «сверхразумное», «противоразумное» [10, с. 188].

Как видно из определения понятия «рациональный», *разумность* и *логичность* считаются здесь синонимами и отражают объективную сторону мышления, но это отождествление в математике не является однозначным. Существует много примеров, характеризуемых категорией «логичного» с точки зрения чистой математики, но соответствующих категории «неразумного» в прикладной математике в контексте практических применений и, наоборот, существуют примеры, определяемые категорией «неразумного» (и даже недопустимого) с точки зрения теоретической математики, но соответствующих категории весьма «полезного» и «логичного» с точки зрения прикладного исследования — например, различные принципы, применяемые в теории погрешностей для решения обратной задачи теории погрешностей (ОЗТП). Известно, что обратные задачи с точки зрения теоретической математики чаще всего не имеют единственного решения. В прикладной математике при решении обратной задачи всегда приходится отыскивать, по крайней мере (а чаще всего — только), одно решение (из, например, бесконечного множества решений), удовлетворяющее какому-либо принципу оптимальности. Рассмотрим пример, который является основой математической обработки результатов лабораторного практикума в школьном курсе физики 9–11 классов.

Пусть $y = f(x_1, x_2, \dots x_n)$ и $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots \Delta x_n$ — предельные абсолютные погрешности величин $x_1, x_2, \dots x_n$. Требуется определить предельную абсолютную погрешность Δy значения функции у. «Заменяя» приращение функции дифференциалом и «трактуя» модуль приращения функции как предельную абсолютную погрешность функции, решение можно определить по формуле (решение прямой задачи теории погрешностей):

$$\Delta y \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right| \cdot \Delta x_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right| \cdot \Delta x_2 + \dots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right| \cdot \Delta x_n = \sum_{i=1}^{i=n} \left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right| \cdot \Delta x_i \qquad (1)$$

Рассмотрим задачу, обратную к данной: по заданным значениям предельной абсолютной погрешности Δy и виду функциональной зависимости $y = f(x_1, x_2, \dots x_n)$ определить предельные абсолютные погрешности аргументов $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots \Delta x_n$. В рамках логики теоретической математики так сформулированная задача является некорректной и решению не подлежит. Однако содержательная основа некоторой конкретной задачи, выражаемая математической моделью (1), не оставляет сомнений в естественности постановки такой задачи и необходимости получения ее решения. Как известно [5], для решения этой задачи могут быть применены различные так называемые принципы (например, используя «принцип равенства предельных относительных погрешностей»), получим решение ОЗТП в виде

$$\Delta x_i = \frac{\Delta f}{\sum_{i=1}^{i=n} \left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right| x_i}, \quad i = 1, n$$

а применяя «принцип равных влияний», для искомых предельных абсолютных зна-

чений аргументов решение ОЗТП можно представить в виде

$$\Delta x_i = \frac{\Delta f}{n\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|}, \quad i = 1,\ n.$$

Как видно, получены различные решения одной и той же задачи, что для формата прикладной математики *вполне* естественно.

Примеры рациональных рассуждений из школьной практики.

Пример 1. Учитель на уроке говорит: «Число π приближенно равно 3,14», или: «Число π приближенно равно 3,1415» и т. д.

Пример 2. Период колебаний математического маятника определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Пример 3. Обоснование какого-либо свойства геометрической фигуры из наглядных соображений, например, с помощью чертежа или наложения.

Рациональный характер утверждений в примере 1 очевиден, более того, остался один шаг до рационального вывода: число π — переменная величина, что нехарактерно для школьного курса, так как в теоретической математике число π, конечно же, величина постоянная. Вообще, любые рассуждения, которыми учащиеся оперируют в физике, химии, биологии, экономике при использовании математики для решения задач, носят рациональный характер. Действительно (см. пример 2), все величины, входящие в формулу (l, g, π), являются приближенными величинами (т. е. не являются объектами теоретической математики). Формула колебаний математического маятника была получена при многих допущениях [однородность силы тяжести, отсутствие трения (нити, самого тела), «малость» угла отклонения маятника от положения равновесия, нерастяжимость нити, концентрация массы всей системы в колеблющемся теле, пренебрежимо малые «размеры» тела по отношению к длине нити]. Тем не менее полученный приближенный результат принимается в рамках прикладной математики и используется на практике. Более того, полученные таким образом результаты ни у кого не вызывают сомнений, позволяют проектировать, прогнозировать, рассчитывать и т. д. реальные явления и процессы и на этой основе принимать жизненно необходимые решения. Аналогичная ситуация имеет место при разработке математических моделей экономических, социальных, биологических и т. д. процессов. Таким образом, мы приходим к пониманию роли и значения логики прикладной математики, с помощью которой мы получаем возможность решать конкретные задачи и принимать разнообразные решения, важные для жизнедеятельности человека.

Очевидно, что приведенные выше примеры рассуждений не имеют ничего общего с логикой теоретической математики. Подобного рода «логика» является примером логики прикладной математики (рациональной логики). Несмотря на абсолютно неприемлемый характер такой логики с точки зрения теоретической математики, тем не менее приходится признать, что современный уровень развития науки и техники (ракетно-космическая отрасль, естественнонаучная область человеческой деятельности: физика, химия, биология, информатика и т. д., экономика) не был бы достигнут, если бы применялась только логика теоретической математики. Ни одна математическая модель не может быть построена в принципе, если не использовать логику прикладной математики. Возникает проблема, связанная с оценкой правомерности применения рациональной логики для получения и анализа результатов как прикладного, так и теоретического математического исследования, а также степени достоверности этих результатов. Значительные успехи прикладных наук уже не

могут быть проигнорированы, а дальнейший прогресс науки и техники требует очередного «усиления прикладной направленности обучения математики». И если раньше эта проблема решалась фрагментарным включением в школьный курс задач соответствующей «производственной» тематики, и при этом ничего не говорилось о применяемой логике, то современная ситуация в методике математики характеризуется потребностью осмысления обстоятельства, связанного с необходимостью адекватного отражения в школьном курсе математики исторически сложившейся и фактически закрепившейся и доказавшей свою «состоятельность» на практике реальности относительно «равноправного» существования и представительства в школьном курсе математики обоих аспектов математики — теоретического и прикладного.

Замечание. Из вышеизложенного и анализа исследований по вопросам методики реализации принципа политехнизма, практической и прикладной направленности обучения математике [5] следует вывод, что рациональная логика является тем самым общим для всех элементом, который объединяет эти направления в методических исследованиях. Если ранее реализация этих направлений в школьном курсе математики в большей мере связывалась прежде всего с содержанием — предполагалось включать в качестве средства реализации этих направлений задачи из соответствующих предметных областей (физика, химия, биология, экономика и т. д.), то позднее пришло понимание того, что надо формировать у учеников умения и навыки в области моделирования. Однако разрабатывая вопросы методики обучения моделированию, авторы не вскрывают сущности процесса моделирования — применение рациональной логики, а ограничиваются только формированием умений по реализации выделяемых ими этапов моделирования. Таким образом, в проведенном нами исследовании существенным моментом является осмысление следующей историко-гносеологической цепочки (рис. 1), отражающей эволюцию представлений о введении в школьный курс математики ее приложений, а точнее, «уравнивания в правах» при обучении математике ее прикладного и теоретического аспектов.

Приведем пояснения к схеме. Речь идет о произвольной предметной области (физика, химия, биология, экономика и т. д.). Первоначально в методике математики советского периода (30–50 годы XX в.) активно развивалось направление, связанное с реализацией принципа политехнизма, позже речь шла о реализации прикладной направленности обучения математике. Анализ истории развития этих направлений приводит к выводу о том, что, в конечном итоге, на уровне реализации этих направлений в школьном курсе математики решающим методическим моментом являлась именно конкретная предметная область, т. е. речь не шла о реализации этих направлений, если не рассматривалась конкретная предметная область. Позже, правда, пришло понимание того, что и реализация принципа политехнизма, и усиление прикладной направленности обучения математике связаны не только с предметной областью конкретных задач, но и с характером математических действий, присущих конкретной предпрофессиональной и в последующем — профессиональной деятельности.

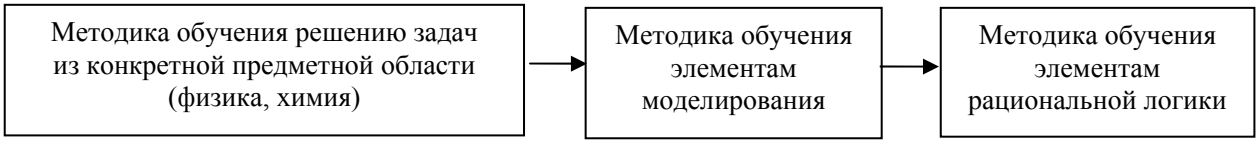

Рис. 1. Эволюция представлений в методике о рациональной логике

Понятно, что обучение элементам моделирования осуществляется при решении задач из предметных областей «физика», «химия» и др. На наш взгляд, существует принципиальное различие между традиционно сложившейся методикой обучения моделированию с трехэтапной схемой (построение математической модели, внутримодельное решение, интерпретация) и предлагаемой методикой обучения математическому моделированию с привлечением логики прикладной математики. Традиционная методика дает нам этапы (точнее, даже последовательные компоненты процесса) построения модели, которые используются в предлагаемой методике. Новым, на наш взгляд, в результате осмысления процесса моделирования является наполнение этой схемы. Мы делаем принципиальный акцент на логику, применяемую при построении модели; ранее это обстоятельство не рассматривалось.

Таким образом, в исследовании показано, что процесс моделирования — это, во-первых, структурно — трехкомпонентная сущность, и, во-вторых, содержательно-логически — предметная область и логика, используемая при построении модели, т. е. моделирование — процесс, включающий два аспекта: структуру и логику. До нашего исследования обучение моделированию — это «обучение структуре» — у ученика формировалось, по нашему мнению, скорее как однобокое представление о процессе моделирования, представляющем собой трехкомпонентный объект, так как при построении модели о логике учитель вообще ничего не говорил. Более того, по существу, используемая в школьном курсе математики при традиционном построении математических моделей рациональная логика — это рассуждения, в данном случае — «высокой степени достоверности» (выражаясь терминами логики прикладной математики). Но в прикладной математике существуют рассуждения, характеризуемые существенно более низкими по сравнению с традиционными рассуждениями значениями достоверности, которые и являются чаще всего логической основой построения важнейших математических моделей. Это обстоятельство, на наш взгляд, является новым в методике обучения математике в той ее части, где ведется разговор об обучении построению математических моделей.

Рассмотрим подход к формализации понятия «рационального рассуждения», следуя И. И. Блехману. «Сложное рациональное рассуждение или система таких рассуждений могут иметь весьма неоднородную структуру. Такое рассуждение может включать физические соображения, ссылки на интуицию, различные более или менее правдоподобные упрощения, решения математических задач и ссылки на теоремы на чисто дедуктивном уровне, вычисления...» [5, с. 44]. Дедуктивные рассуждения представляют собой предельный случай рациональных рассуждений, и степень их достоверности принимается равной единице. «Пусть рациональное рассуждение A состоит из n указанных выше компонентов A_i (i=1, n) со степенью достоверности (вероятностью) p_i и имеет конъюнктивную структуру, т. е. $A = \bigwedge_{i=1}^{i=n} A_i$, тогда степень достоверности рассуждения A может быть представлена следующим образом:

$$p_A = \prod_{i=1}^{i=n} p_i \text{ « [5, с. 44].}$$

Очевидно, что в школьной математике присутствует стремление к получению выводов на основе дедуктивных умозаключений, т. е. к тому, чтобы все $p_i = 1$ — это логика чистой математики. Однако в практике обучения реализация этого принципа все равно затруднительна, особенно при решении прикладных задач.

Возникает вопрос: насколько необходимо знакомить учащихся с подобного рода «рассуждениями», отражающими логику

прикладной математики (рациональную логику)? Ответ на поставленный вопрос можно получить, разрабатывая курс алгебры и начал анализа с учетом использования в нем логики прикладной математики, у которой в школьном курсе математики имеется большой дидактический потенциал, связанный с одной из важнейших задач, решаемых в прикладной математике, — с задачей проектирования, синтеза и анализа математических моделей. Любая математическая модель строится на основе именно рациональной логики (например, см. работу [2]), так как неизбежно применение различных допущений и упрощений в процессе ее построения. Применение рациональной логики в профильной школе предоставляет хорошие возможности. Во-первых, — для демонстрации адаптированного к обучению применения той последовательности этапов открытия закономерности, которая используется в реальном научном исследовании: поиск характерных явлений и выделение главного, изучение явлений, выдвижение гипотезы, установление закономерностей и следствий, подтверждение (или опровержение) выдвинутой гипотезы на эксперименте. И, во-вторых, формируется большая «интеллектуальная подвижность» ученика в сфере построения математических моделей: он менее «зажат» рамками формальной логики, у него (и даже у «троечника») имеется возможность математического творчества, т. е. креативная деятельность ученика стимулируется самой логикой, применяемой в курсе.

Рассмотренные выше методологические и психологические аспекты, характеризующие современную систему математического образования в стране, а также результаты теоретического исследования проблемы построения курса алгебры и начал анализа в профильных классах [5], позволяют сформулировать основные положения, которые дают возможность спроектировать курс алгебры и начал анализа в профильных классах естественнонаучного направления.

1. Курс проектируется как самостоятельная содержательно и логически завершенная ступень непрерывного математического образования, имеющая свои развивающие цели, цели изучения, методические цели.

В когнитивной сфере *развивающими целями* является развитие составляющих ментального опыта ученика (когнитивный опыт, метакогнитивный опыт, интенциональный опыт, интеллектуальные способности) как психологической основы его субъектного опыта

Цели изучения: освоение содержания курса и развитие предпрофессиональных умений и навыков решения задач и построения математических моделей с применением рациональной логики.

Методические цели: 1) выявление уровня развития рационального мышления у ученика и организация взаимодействия его субъектного и общественно-исторического опыта; 2) организация работы по формированию содержания понятий в логике рациональных рассуждений; 3) систематизация понятий, обучение обоснованиям на основе рациональных рассуждений; 4) обеспечение завершения изучения учащимися ведущих линий школьного курса алгебры и начал анализа; 5) организация подготовки учащихся к итоговой государственной аттестации; 6) создание условий для продолжения математического образования и использования математики как средства исследований в естественнонаучной сфере.

2. Проектирование курса как ступени непрерывного математического образования и дуализм целей (завершение общеобразовательной математической подготовки и формирование готовности к продолжению математического образования в естественнонаучных областях знания) определяют его структуру. Курс содержит два ядра, обеспечивающих базовую и профильную подготовку.

<table>
<tr><td colspan="6">Профильный курс алгебры и начал анализа для классов естественнонаучного направления</td></tr>
<tr><td colspan="2">общеобразовательный материал</td><td colspan="4">общепрофильный материал</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Элементы элементарной алгебры и стохастики</td><td rowspan="2">Элементы математического анализа</td><td>Элементы теории погрешностей</td><td>Математическое моделирование</td><td>Элементы теории вероятностей и мат. статистики</td><td>Численные методы</td></tr>
<tr><td colspan="4">узкопрофильные модули</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Дополнительный материал (из базового курса алгебры и начал анализа: метод Крамера, мат. логика и т. д)</td><td>Математические модели в физике</td><td>Математические модели в химии</td><td>Мат. модели в экономике</td><td>Мат. модели в биологии</td></tr>
<tr><td colspan="4">курсы или модули по выбору</td></tr>
<tr><td colspan="2">теоретического характера</td><td colspan="4">прикладной направленности</td></tr>
</table>

Рис. 2. Структура курса

Первое ядро — ***общеобразовательный блок*** — содержит материал, освоение которого позволит подготовить школьника к исследованию математических моделей различных типов и к изучению профильной части курса. Основная часть данного материала предлагается для изучения в 10 классе, что позволит школьнику своевременно и безболезненно сменить профиль обучения (в обоих направлениях). Общеобразовательный блок включает и профильные элементы, представленные преимущественно в задачах, изучение которых не предполагает использования специальных знаний, что будет способствовать формированию положительной мотивации изучения профильной составляющей и пропедевтике профессиональных знаний. Углубление базового содержания в рамках данного блока также осуществляется через задачи либо через индивидуальные задания.

Второе ядро составляет ***профильный математический материал***, объединяющий несколько блоков: элементы теории погрешностей, математические модели, численные методы, элементы логики, элементы теории вероятностей и проверка статистических гипотез, ортогональные многочлены, элементы операционного исчисления. Эта часть курса содержит как *общепредметный материал* для профильного естественнонаучного направления (элементы теории погрешностей, математические модели, численные методы), так и *узкопрофильные модули* (для будущих физиков, химиков и т. д.), реализуемые в рамках учебного предмета и через курсы по выбору (элементы логики, элементы теории вероятностей и проверка статистических гипотез, ортогональные многочлены, элементы операционного исчисления [5]).

3. Курс проектируется на базовых содержательных компонентах традиционного курса алгебры и начал анализа в соответствии со стандартом профильного курса как альтернативный к существующим вариациям традиционного курса *по широте применяемой в нем рациональной логики*, что не противоречит обеспечению преемственности в интеллектуальном развитии ученика, вовлечению его в процесс изучения предмета как субъекта образовательного процесса, выявлению и преобразованию его субъектного опыта. Материал курса имеет блочное строение, возможна вариативность относительно последовательности изучения отдельных блоков. Изучаемый курс является *открытой системой*, допускающей ее вариативность за счет индивидуальной исследовательской деятельности ученика, специализации образовательного учреждения, изменения последовательности рассмотрения ряда вопросов.

4. Изучение материала строится преимущественно с применением рациональной логики. Уровень строгости полученных решений и обоснований связывается с логической и психологической эвиденцией, характерной для конкретного ученика. Усиление дедуктивного характера организации материала и уровня математической абстракции применяемых математических понятий, его изложение и интерпретации результатов происходят по мере возникновения в этом психологической потребности субъектов учебного процесса на основе более высокого уровня развития интеллектуальных способностей ученика.

5. При обосновании утверждений в рамках конструируемого нами курса преимущественно применяется рациональная логика, при этом часть базовой составляющей учебного материала (тригонометрия, показательная и логарифмическая функции) строится на основе теоретической логики, что обеспечит постепенный переход от одной логики к другой и позволит использовать способы рассуждений теоретической логики при изучении материала второго ядра и подготовки к итоговой государственной аттестации. В логике прикладной математики изучается тот материал, с которым ученики в дальнейшем (в высшей школе) будут активно работать.

6. Курс предусматривает широкое привлечение средств информационных технологий как в целях получения решения конкретных задач и поиска различных методов доказательства утверждений, так и в работе по первичному формированию понятийного аппарата курса у ученика. Повышение уровня абстрактности понятийной системы происходит в ходе онтогенетического развития субъектного (ментального) опыта ученика.

7. Процесс обучения организуется на позициях личностно ориентированного подхода, что предполагает выявление и преобразование субъектного опыта ученика как в области математики, так и в области других профильных дисциплин (физики, химии, биологии); множественность трактовок понятий; возможность выбора учеником уровня освоения понятий (прикладной или теоретический), способов обоснования (в логике теоретической или прикладной математики). Наличествует возможность и построения локально-индивидуальной образовательной траектории через курсы по выбору. В курсе предусматриваются различные виды самостоятельной деятельности учащихся (исследовательская, прикладная, историческая), возможность выбора приоритетных видов индивидуальной работы и различных источников знаний (самостоятельная деятельность, учебники, справочники, электронные обучающие программы), что требует изменения характера оценки деятельности ученика.

Заключение. Развитие математики и математического образования происходит во взаимосвязи и взаимодействии теоретической и прикладной составляющих математики. Современное многопрофильное обучение в старшей школе, предполагающее построение самостоятельного курса алгебры и начал анализа для профильных классов естественнонаучного направления, позволило разработать требования к построению курса и сконструировать на их основе двухъядерную модель курса, учитывающую дуализм целей обучения математике в старшей профильной школе. Экспериментальная проверка внедрения курса позволила убедиться в том, что разработанный курс алгебры и начал анализа для классов естественнонаучного направления, с одной стороны, выступает как завершенное образование со своими целями и содержанием, а с другой — как ступень непрерывного математического образования, что позволяет реализовать общеобразовательную и предпрофессиональную подготовку в области математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Башмаков М. И.* Информационная сфера обучения / М. И. Башмаков, С. Н. Поздняков, Н. А. Резник СПб.: СВЕТ, 1997.
2. Геометрическое моделирование окружающего мира. 10–11 классы: Учеб. пособие / В. В. Орлов, Н. С. Подходова, Е. А. Ермак, И. А. Иванов. М.: Дрофа, 2009.
3. *Гершунский Б. С.* Философия образования для XXI века. М.: Изд-во Педагогическое общество России, 2002.
4. *Гершунский Б. С.* Образование в третьем тысячелетии: гармония знания и веры. М.: Изд-во Московского психолого-социального института, 1997.
5. *Иванов И. А.* Методика реализации прикладной направленности школьного курса алгебры и начал анализа в инженерно-физических классах: Дис. … канд. пед. наук. СПб., 1997.
6. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия: В 3 т. М.: Наука, 1970. Том первый: С древнейших времен до начала нового времени.
7. Концепция развития школьного математического образования // Математика в школе. 1990. № 1. С. 2–13.
8. Концепция развития школьного математического образования: Материалы для обсуждениям / Врем. н.-и. коллектив «Школа» Гособразования СССР; [подгот. А. М. Абрамов и др.]. М.: ВНИК «Школа», 1989.
9. Концепция структуры и содержания общего среднего образования (в 12-летней школе) // Математика в школе. 2000. № 2. С. 6–13.
10. Краткая философская энциклопедия. М.: Издательская группа «Прогресс»; Энциклопедия, 1994.
11. *Огурцов А. П., Платонов В. А.* Образы образования. Западная философия образования. XX век (Ин-т философии РАН). СПб.: РХГИ, 2004.
12. Философия образования для XX века: Сб. статей. М., 1992.
13. *Якиманская И. С.* Личностно ориентированное обучение в современной школе. М.: Сентябрь, 1996.

REFERENCES

1. *Bashmakov M. I.* Informacionnaja sfera obuchenija. / M. I. Bashmakov, S. N. Pozdnjakov, N. A. Reznik SPb.: SVET, 1997.
2. Geometricheskoe modelirovanie okruzhajuwego mira. 10–11 klassy: ucheb. posobie / V. V. Orlov, N. S. Podhodova, E. A. Ermak, I. A. Ivanov. M.: Drofa, 2009.
3. *Gershunskij B. S.* Filosofija obrazovanija dlja XXI veka. M.: Izd-vo Pedagogicheskoe obshchestvo Rossii, 2002.
4. *Gershunskij B. S.* Obrazovanie v tret'em tysjacheletii: garmonija znanija i very. M.: Izd-vo: Moskovskogo psihologo-social'nogo instituta, 1997.
5. *Ivanov I. A.* Metodika realizacii prikladnoj napravlennosti shkol'nogo kursa algebry i nachal analiza v inzhenerno-fizicheskih klassah: Dis. ... kand. ped. nauk. SPb., 1997.
6. Istorija matematiki s drevnejshih vremen do nachala XIX stoletija: V 3 t. Tom pervyj: S drevnejshih vremen do nachala novogo vremeni. — M.: Nauka, 1970.
7. Koncepcija razvitija shkol'nogo matematicheskogo obrazovanija // Matematika v shkole. 1990. № 1. S. 2–13.
8. Koncepcija razvitija shkol'nogo matematicheskogo obrazovanija: Materialy dlja obsuzhdenijam / Vrem. n.-i. kollektiv «Shkola»" Gosobrazovanija SSSR; [Podgot. A. M.Abramov, I dr.]. — M.: VNIK «Shkola», 1989.
9. Koncepcija struktury i soderzhanija obwego srednego obrazovanija (v 12-letnej shkole) // Matematika v shkole. 2000. № 2. S. 6–13.
10. Kratkaja filosofskaja jenciklopedija. — M., Izdatel'skaja gruppa «Progress»; Enciklopedija, 1994.
11. *Ogurcov A. P., Platonov V. A.* Obrazy obrazovanija. Zapadnaja filosofija obrazovanija. XX vek (In-t filosofii RAN). SPb.: RHGI, 2004.
12. Filosofija obrazovanija dlja XX veka: Sb. statej. M., 1992.
13. *Jakimanskaja I. S.* Lichnostno-orientirovannoe obuchenie v sovremennoj shkole. M.: Sentjabr', 1996.