

4. Shebalov S. In Unison // Ascenda. 2010. № 1. P. 17–19.
5. Smith B. C. Robust Airline Fleet Assignment. Ph.D. thesis. Georgia Institute of Technology, U.S.A., 2004.

REFERENCES

1. Vinogradov L. V., Fridman G. M., Shebalov S. M. Matematicheskoe modelirovanie v optimizacii planirovaniya aviacionnyh perevozk: formulirovki i metody reshenija tipovyh zadach // Nauchnyj Vestnik MGTUGA. 2008. S. 49–57.
2. Zenkova N. A., Nosova E. V., Fridman G. M. Operativnaja rasstanovka parka vozdušnyh sudov po rejsam, svjazannaja s izmenenijami dannyh po spros. // Ekonomicheskaja kibernetika: Sb. nauch. tr. 2009. Vyp. 19. S. 165–168.
3. Barnhart C., Belobaba P., and Odoni R. Application operation research in the air transport industry // Transportation Science. 2003. Vol. 37. № 4. P. 368–391.
4. Shebalov S. In Unison // Ascenda. 2010. № 1. P. 17–19.
5. Smith B. C. Robust Airline Fleet Assignment. Ph.D. thesis. Georgia Institute of Technology, U.S.A., 2004.

A. C. Старшинов

О ВЛИЯНИИ НЕОБЯЗАТЕЛЬНЫХ РЕЙСОВ НА РАССТАНОВКУ ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ НА РЕЙСЫ ПОЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

В статье рассмотрена расширенная задача расстановки парка воздушных судов, позволяющая удалять рейсы из расписания. Показано, что данная модификация базовой задачи позволяет в ряде случаев увеличить получаемую прибыль.

Ключевые слова: расстановка парка, необязательные рейсы.

A. Starshinov

AN IMPACT OF OPTIONAL FLIGHTS ON FLIGHT SCHEDULE

The article presents extended flight assignment problem which allows removing legs from schedule. There is shown, that this modification of basic problem in some cases allows increasing revenue.

Keywords: flight assignment model, optional flights.

Авиаиндустрия является быстрорастущей отраслью, авиакомпаниям требуются решения множества вопросов для обеспечения конкурентоспособности, для предоставления пассажирам лучшего сервиса. Возникающие проблемы весьма сложны, некоторые до сих пор не могут быть решены в полном виде и решаются поэтапно: главным сдерживающим фактором является недостаток вычислительных мощностей. Одной из множества задач является задача расстановки парка воздушных судов (ВС).

Пусть имеются расписание полетов между различными аэропортами и авиационный парк, состоящий из заданного количества ВС определенных типов. Необходимо обеспечить самолетами все указанные в расписании рейсы и при этом постараться извлечь максимальную прибыль, удовлетворив спрос (т.е. перевезти как можно большее число пассажиров, учитывая, что расходы на полеты самолетов разного типа также различны). В рассматриваемой задаче разрешается оставлять рейсы без назначения на них ВС, если это положительно влияет на рост прибыли. Такие рейсы удаляются из расписания.

Основные понятия, используемые в описании модели

- *Рейс* — перелет самолета из одного аэропорта в другой. Основные характеристики рейса: номер, аэропорты вылета и прибытия, временные границы рейса.

- *Маршрут* является продуктом, предоставляемым авиакомпанией и состоящим из набора связанных между собой рейсов, при выполнении следующих условий:

- а) последовательность;

- б) нецикличность: самолет не должен возвращаться в аэропорты, уже посещенные в рамках данного маршрута;

- в) учет оборотного времени, т. е. минимально необходимого времени на высадку, посадку пассажиров, дозаправку, техосмотр и т. д., которое различно для каждого аэропорта и типа ВС;

- г) ограничение количества пересадок.

- *Рынок* — пара аэропортов в расписании, между которыми есть хотя бы один маршрут в ту или иную сторону. Каждый рынок включает в себя два *направленных рынка*.

На каждом рынке известен *общий спрос* — количество пассажиров, желающих вылететь из аэропорта O и приземлиться в аэропорту D . Известна также доля авиакомпании на каждом рынке. Для ее получения необходимо для каждого отдельного рынка оценить предложения основных перевозчиков и посчитать долю участия рассматриваемой авиакомпании (например, сравнить количество предоставляемых мест). *Цена билета* для любого маршрута рынка одинакова. Таким образом, все билеты на конкретный маршрут продаются по некоторой единой цене.

В модели используются следующие переменные и множества:

N_k — количество имеющихся в распоряжении самолетов типа k ,

Cap_k — число пассажирских мест в самолете типа k ,

$C_{k,i}$ — затраты на полет по рейсу i самолета типа k ,

$R_{k,i}$ — доход, получаемый от назначения ВС k на рейс i ,

f_m — средняя цена билета на направленном рынке m ,

Q_i — общий спрос на рейс i ,

A — множество аэропортов, индекс a ,

L — множество рейсов в расписания полетов, индекс i ,

L^F — множество обязательных рейсов, индекс i ,

L^O — множество необязательных рейсов, индекс i ,

K — множество типов самолетов авиапарка, индекс k .

T — классифицированное множество всех событий (отлет или наличие) во всех аэропортах, индекс t_j . Событие во время t_j происходит до события t_{j+1} . Полагаем, что $|T| = m$, тогда t_1 — это время, связанное с первым событием после расчетного времени, а t_m — это время, связанное с последним событием перед следующим расчетным временем.

N — множество точек во временной сетке расписания. Индексы $\{k, o, t\}$.

В качестве неизвестных берем

$$x_{k,i} = \begin{cases} 1 & \text{самолет типа } k \text{ назначен на рейс } i, \\ 0 & \text{в других случаях;} \end{cases}$$

Y_{k,o,t_j^+} — количество самолетов авиапарка типа k , которые находятся на земле в аэропорту O сразу после времени t_j ;

y_{k,o,t_j^-} — количество самолетов авиапарка типа k , которые находятся на земле в аэропорту O сразу перед временем t_j . Если t_1 и t_2 — это времена, связанные с расположенными рядом событиями, то $y_{k,o,t_1^+} = y_{k,o,t_2^-}$.

Постановка задачи: необходимо найти такое решение x, k, i (вектор распределения ВС по рейсам), при котором линейная функция цели (1) при условиях и ограничениях (2) – (5) будет максимальна.

Функция цели:

$$\sum_{i \in L} \sum_{k \in K} (R_{k,i} - C_{k,i}) x_{k,i} \rightarrow \max. \quad (1)$$

Ограничения:

Условие покрытия гарантирует, что на каждый обязательный рейс будет назначен самолет. Условие покрытия для необязательных рейсов позволяет модели выбирать: назначать или нет ВС типа k на рейс i .

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K} x_{k,i} &= 1 \quad \forall i \in L^F; \\ \sum_{k \in K} x_{k,i} &\leq \quad \forall i \in L^O. \end{aligned} \quad (2)$$

Условие баланса исключает изменение количества ВС в аэропорту, кроме как с прилетом или вылетом.

$$y_{k,o,t} + \sum_{i \in I(k,j,t)} x_{k,i} - y_{k,o,t^+} - \sum_{i \in O(k,o,t)} x_{k,i} = 0 \quad \forall \{k, o, t\} \in N. \quad (3)$$

Условие мощности парка ВС гарантирует, что для произвольно выбранного момента времени t_n , количество ВС данного типа, находящееся в воздухе и в аэропортах, не превышает количество самолетов данного типа, имеющееся в наличии.

$$\sum_{o \in A} y_{k,o,t_n} + \sum_{i \in CL(k)} x_{k,i} \leq N_k \quad \forall k \in K. \quad (4)$$

Дополнительные условия

$$\begin{aligned} x_{k,i} &\in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad \forall i \in L; \\ y_{k,o,t} &\geq 0 \quad \forall \{k, o, t\} \in N. \end{aligned} \quad (5)$$

Поставленная задача решается итерационно: решение считается найденным, когда на все рейсы были назначены ВС, в противном случае пропущенный рейс удаляется из расписания, а вместе с ним — и маршруты, включающие его в себя, происходит перерасчет спроса, после чего задача пересчитывается. На каждой итерации формулируется задача целочисленного программирования, которая решается методом ветвей и границ. Остановимся подробнее на расчете спроса на рейсы.

Спрос считается из следующих исходных данных: спроса и нашей доли на рынках, списка рейсов и составленных из них маршрутов. В данной модели полагается, что доли

авиакомпания одинаковы в обоих направлениях на каждом рынке. Расчет производится с помощью коэффициента QSI — «индекса привлекательности» маршрута, который помогает распределить спрос на рынок по маршрутам этого рынка согласно их привлекательности для пассажира.

Абсолютный QSI для маршрутов определяется, основываясь на времени, проведенного пассажиром данного маршрута в пути, так как время — это самый весомый из аргументов, которым руководствуются пассажиры (цена билета для любого маршрута рынка одинакова в рамках рассматриваемой модели).

$$QSI_i = \frac{1}{\text{Время в пути}}.$$

Рассчитав индексы всех маршрутов, нормируем для каждого отдельного рынка QSI его маршрутов так, чтобы в сумме получалась доля авиакомпании на рассматриваемом рынке.

$$qsi_i = \frac{QSI_i * \text{Доля рынка}}{\sum_{i=1}^n QSI_i}.$$

Относительный коэффициент привлекательности qsi_i является важной характеристикой маршрута и используется для дальнейших расчетов. Зная его, можно определить спрос на маршрут. Таким образом, можно задать только общий спрос на данном рынке m , а по маршрутам он будет распределяться пропорционально их относительным QSI.

Рассмотрим случай, когда на какой-нибудь рейс, являющийся необязательным, не назначается самолет. В связи с этим он удаляется из сетки полетов, а также удаляются маршруты, включающие его в себя. Возникает вопрос: как перераспределятся пассажиры этих маршрутов на другие, иными словами, — как изменятся спросы на рейсы?

Вводятся некоторые ограничения при распределении пассажиров:

- пассажиры перераспределяются в рамках того же направленного рынка;
- вводится вероятность того, что не все пассажиры купят билеты в рассматриваемой авиакомпании;
- какое-то их количество купит билеты у конкурирующей авиакомпании или другой транспортной компании.

Для расчета количества оставшихся у нас пассажиров вводится коэффициент перехода ($Coef_m$), показывающий, какая часть пассажиров купила билеты на другие продукты авиакомпании на том же рынке, после удаления части маршрутов. Расчет данного коэффициента является трудоемким и сложным процессом, в данной работе он принят для каждого направленного рынка за константу. Если коэффициент равен единице, все пассажиры с закрытых маршрутов купят билеты у рассматриваемой авиакомпании на маршруты того же рынка, если коэффициент равен нулю, все пассажиры купят билеты у иных транспортных компаний.

Формула расчета новой доли авиакомпании на направленном рынке m :

$$NewShare(m) = \sum_{i \in A} qsi_i^A(m) - (1 - Coef_m) \sum_{i \in R} qsi_i^R(m), \quad (6)$$

где: A — множество всех маршрутов данного рынка; R — множество удаляемых маршрутов, принадлежавших рынку m .

В качестве примера, решим задачу расстановки ВС, где в качестве исходных данных возьмем данные одной из ведущих российских авиакомпаний. Они включают в себя:

- список из более чем 200 рейсов;
- данные по авиапарку — типы ВС, количество самолетов каждого типа, удельные расходы от их использования и вместимости;
- данные по имеющимся в расписании аэропортам (название, расположение), для каждого из которых задано обратное время для всех типов ВС;
- список рынков со спросами, долями на рынках, коэффициентами переходов;
- усредненные по классам стоимости билетов на каждый рейс.

Для проведения расчетов рассматривались составленные из данного расписания маршруты, состоящие не более чем из трех рейсов. Решение задачи выполнялось для двух условий: все рейсы обязательны для исполнения, все рейсы являются необязательными. Итогом счета стала расстановка ВС, дающая прибыль (значение функции цели) 2 338 310 и 2 404 916 единиц соответственно. Во второй постановке задачи было отменено 10 рейсов, являвшихся убыточными. Это привело к повышению прибыли на 3%, что является существенным увеличением для авиакомпаний, обороты которых исчисляются миллиардами долларов. Кроме того, в результате расстановки, ВС одного из типов оказались незадействованными, что можно считать еще одной статьей дохода (самолеты можно продать или сдать в аренду другой авиакомпании).

Данная задача является попыткой объединения задач составления сетки полетов и расстановки ВС. В ней также есть, что улучшать, но блочная структура реализации задачи позволяет легко расширять и корректировать ее функционал.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Виноградов Л. В., Фридман Г. М., Шебалов С. М.* Математическое моделирование в оптимизации планирования авиационных перевозок: формулировки и методы решения типовых задач // Научный вестник МГТУГА. 2008. С. 49–57.
2. *Старшинов А. С., Фридман Г. М.* Задача расстановки парка ВС с необязательными рейсами. Экономическая кибернетика: системный анализ в экономике и управлении. 2009. № 19. С. 186–188.
3. *Barnhart C., Belobaba P., Odoni A. R.* Applications of Operations Research in the Air Transport Industry // Transportation Science. 2003. Vol. 37. № 4. P. 368–391.
4. *Barnhart C., Kniker T. and Lohatepanont M.* Itinerary-Based Fleet Assignment // Transportation Science. 2002. Vol. 36. № 2. P. 199–217.
5. *Smith B. C.* Robust Airline Fleet Assignment. Ph.D. thesis. Georgia Institute of Technology, U.S.A. 2004.

REFERENCES

1. *Vinogradov L. V., Fridman G. M., Shebalov S. M.* Ispol'zovanie matematicheskogo modelirovaniya dlja optimizacii planirovaniya aviacionnyh perevozok // Nauchnyy vestnik MGTUGA. 2008. S. 49–57.
2. *Starshinov A. S., Fridman G. M.* Zadacha rasstanovki parka VS s neobjazatel'nymi rejsami. Ekonomicheskaja kibernetika: sistemnyj analiz v jekonomike i upravlenii. 2009. № 19. S. 186–188.
3. *Barnhart C., Belobaba P., Odoni A. R.* Applications of Operations Research in the Air Transport Industry // Transportation Science. 2003. Vol. 37. № 4. P. 368–391.
4. *Barnhart C., Kniker T. and Lohatepanont M.* Itinerary-Based Fleet Assignment // Transportation Science. 2002. Vol. 36. № 2. P. 199–217.
5. *Smith B. C.* Robust Airline Fleet Assignment. Ph.D. thesis. Georgia Institute of Technology, U.S.A. 2004.