

*Н. А. Зенкова*

## РАССТАНОВКА ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ С УЧЕТОМ ДАННЫХ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДОХОДАМИ КАК ОБОБЩЕНИЕ ЗАДАЧИ ЗАМКНУТОЙ ПЕРЕСТАНОВКИ

*Рассмотрены подходы к взаимодействию между управлением доходами и задачей расстановки парка судов. Первый подход, называемый «замкнутая перестановка», характеризуется минимальным влиянием на незадействованные рейсы, второй — предполагает принципиально новую формулировку задачи расстановки парка. Каждый подход имеет ряд преимуществ, которые рассматриваются в статье.*

**Ключевые слова:** замкнутая перестановка, ODFAM, управление доходами, расстановка парка ВС.

*N. Zenkova*

## FLEET ASSIGNMENT BASED ON REVENUE MANAGEMENT SYSTEM AS A SOLUTION OF CLOSE-IN REFLEETING PROBLEM

*Two approaches of coordination between the fleet assignment problem solution and revenue management effects are presented. The first approach described a close-in refueling is characterized by a minimum impact on the unused flights, the second approach is a radically new formulation of the Fleet Assignment Model. Each approach has several advantages that are discussed in the article.*

**Keywords:** close-in refueling, ODFAM, revenue management, fleet assignment.

В настоящее время процессы управления ресурсами авиакомпании стремятся к полной автоматизации, задачи управления весьма многовариантны и включают большое число естественных и политических ограничений, ручными средствами невозможно провести полноценный анализ всей системы. В 1989 г. впервые была опубликована статья, описывающая формулировку оптимизационной задачи Fleet Assignment Model (FAM) [2], в дальнейшем были автоматизированы процессы расстановки экипажей, управления доходами, а также процессы технического обслуживания. Активно развивается исследование влияния этих процессов друг на друга и способы их взаимодействия [1; 3].

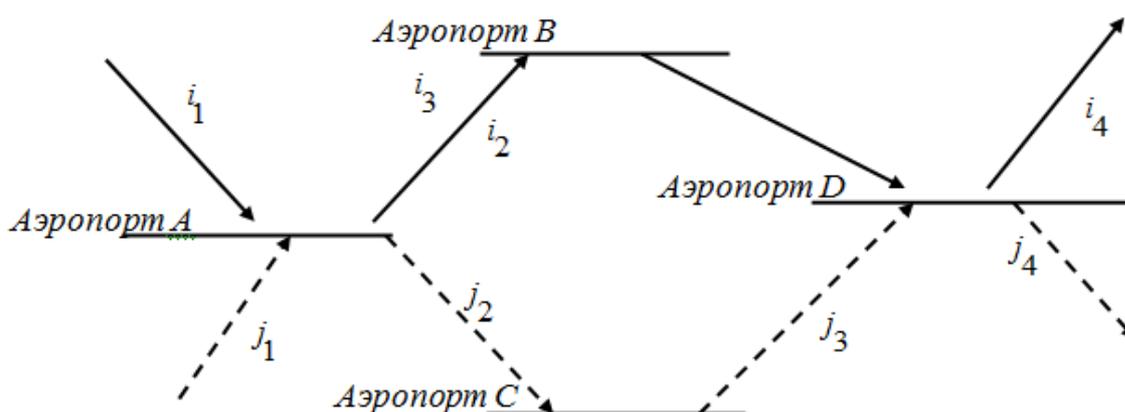
Рассмотрим влияние эффектов управления доходами на задачу FAM, один из наиболее экономически значимых процессов.

Одним из первых примеров подобного взаимодействия может служить представленная Крайгом Хопперстадом (Craig Hopperstad) и Мэтью Берджем (Мэтью Birge) (1993 г.) модель *замкнутой перестановки* (Demand Driven Dispatch). Ими было предложено проводить перерасчет задачи оптимальной расстановки судов за 14–30 дней до вылета рейса и использовать для более точного прогнозирования данные о текущем бронировании и статистику отказов и неявок (no-show). Важно отметить, что несовершенство методик прогнозирования и большое число внешних факторов, влияющих на спрос (таких как экономический кризис, политические отношения стран и др.), приводят к значительной погрешности прогноза, сделанного в начале сезона, тогда как предложенный подход дает принципиально лучшее качество прогнозируемых данных. Решение по замене типов ВС (воздушное судно) для более полного соответствия текущему прогнозируемому спросу в данной модели происходит на более низком уровне; рассматриваются некоторые цепочки рейсов, а не все расписание. В данном случае цепочка рейсов — это последовательность рейсов, которые

могут быть выполнены на одном самолете, с учетом выполнения всех норм технического обслуживания и с совпадающими аэропортами прилета рейса и вылета следующего за ним.

Необходимыми допущениями для решения этой задачи являются: операции с двумя или более семействами судов с разной емкостью, но с возможностью использовать один и тот же экипаж, и существование автоматизированной системы управления доходами [4].

Рассмотрим математическую формулировку технических условий замены:  $\Delta t_i^A$  — обратное время ( $A$  — аэропорт,  $i$  — тип самолета);  $t_i^d$  — время отлета  $i$  рейса;  $t_i^a$  — время прилета  $i$  рейса;  $DopTime$  — максимальное время задержки самолета в аэропорту.



$$\Delta t_i^A \leq t_{j_2}^d - t_{i_1}^a \leq DopTime$$

$$\Delta t_j^A \leq t_{i_2}^d - t_{j_1}^a \leq DopTime$$

$$\Delta t_i^c \leq t_{j_4}^d - t_{i_3}^a \leq DopTime$$

$$\Delta t_j^c \leq t_{i_4}^d - t_{i_3}^a \leq DopTime$$

$$t_{j_3}^d - t_{j_2}^a \geq \Delta t_i^D$$

$$t_{i_3}^d - t_{i_2}^a \geq \Delta t_j^B$$

В данном случае эффекты управления доходами сводятся к определению остаточного спроса и к оценке экономической эффективности замены. Система управления доходами рассчитывает ожидаемые доходы от выполнения рейса на данном типе ВС и на предполагаемом, оценивая при этом дополнительных пассажиров и, соответственно, доходы; соотнося полученные данные с расходами, можно достаточно точно определить финансовый результат от проведения замены.

Основные подходы к замкнутой перестановке типов ВС [4; 5]:

Первый подход базируется на уже существующей расстановке типов ВС (например, основанной на решении задачи FАM), для которой оцениваются возможности замены компоновки (емкости). Такой подход особенно характерен для авиакомпаний, использующих стратегию сети “hub and spoke”, когда самолеты обычно выполняют парный цикл (рейс туда—обратно). Если два таких цикла выполняются почти одновременно и полеты занимают приблизительно равное время, то типы ВС, назначенные на эти парные рейсы, потенциально могут быть переставлены. Преимущество такого подхода состоит в сохранении исходного решения задачи FАM и, следовательно, в низкой вероятности нарушения требований обслуживания.

Второй подход предполагает решение задачи FАM с учетом дополнительных ограничений, связанных с текущей ситуацией. Так, например, на рейс не может быть назначено

ВС с емкостью меньшей, чем количество проданных на этот рейс билетов. Уже существующее решение используется как для ускорения процесса оптимизации, так и для обеспечения функционирования всех связанных с расстановкой типов ВС процессов планирования. Примером успешного использования этого подхода могут служить American Airlines, ANA (Oba) и Lufthansa.

Рассмотрим также подход, состоящий из двух шагов, таких как оценка емкостей и замена типов ВС (Zhao и др.). На первом шаге определяется, как изменение емкости ВС на данном рейсе влияет на величину дохода. Этот процесс использует информацию по текущим бронированиям и прогнозу остаточного спроса, получаемую из системы управления доходами. На втором шаге решается традиционная задача расстановки типов ВС по рейсам, однако величину дохода (то есть соответствующий коэффициент функции цели) при этом заменяют значением, полученным из первого шага — оценки емкостей. Модель также включает ограничения на общее число возможных замен, на типы ВС и указания на части сети рейсов, где замены разрешены.

Любой из рассмотренных подходов к замкнутой перестановке предполагает ряд допущений, однако основные сложности на практике вызывают следующие предположения:

- в замене должны участвовать не более двух типов ВС;
- один рейс не может принимать участие в нескольких заменах одновременно.

В период с 1996 по 2002 годы американские ученые создают модель ODFAM (Origin-Destination Fleet Assignment Model) [2], позволяющую учесть все эффекты управления доходами при решении задачи расстановки парка воздушных судов. Таким образом, ODFAM явилась обобщением задачи замкнутой перестановки, она позволяет оперировать всеми доступными типами ВС и учитывать дифференциацию продуктов авиакомпании (продукт характеризуется уровнем цены и направление перелета).

ODFAM отличается от классической задачи FAM:

- как точка приложения спроса рассматривается направленный рынок. Направленный рынок определяется парой городов. Любая пара городов в расписании авиакомпании может служить рынком при условии, что из первого города можно долететь во второй рейсами этой авиакомпании, пусть и не прямым перелетом;
- рейс рассматривается на уровне продуктов;
- результатом является не только расстановка ВС по рейсам, но и определение оптимального числа пассажиров для каждого продукта;
- модель максимизирует общую прибыль при учете продажи разных продуктов.

Рассмотрим математическую формулировку задачи.

Оптимизационная задача состоит в том, чтобы при заданных величинах прогноза спроса и цен на билеты получить максимальную прибыль от продажи билетов.

Множества:

$A$  — множество аэропортов (индекс  $a$ );

$L$  — множество всех рейсов (индекс  $l$ );

$P$  — множество всех продуктов (индекс  $p$ );

$F$  — множество типов самолетов (индекс  $f$ );

$T$  — множество моментов времени отправления и прибытия рейсов расписания (индекс  $t$ );

$CL(f)$  — множество рейсов, пересекающих «нулевую линию»;

$I(f, a, t)$  — множество прибывающих рейсов в аэропорт  $a$  в момент времени  $t$  на самолете типа  $f$ ;

$O(f, a, t)$  — множество вылетающих рейсов из аэропорта  $a$  в момент времени  $t$  на самолете типа  $f$ ;

Параметры задачи:

$rev_p$  — доход от продажи билета пассажиру на продукт  $p \in P$ ;

$N_f$  — количество имеющихся в распоряжении самолетов типа  $f \in F$ ;

$Cap_f$  — вместимость ВС, назначенного на рейс  $f \in F$ ;

$C_{f,i}$  — затраты на полет по рейсу  $i \in L$  самолета типа  $f \in F$ ;

$D_p$  — спрос на продукт  $p \in P$ ;

Неизвестные:

$$x_{f,i} = \begin{cases} 1, & \text{если самолет } f \in F \text{ назначен на рейс } i \in L; \\ 0, & \text{если самолет } f \in F \text{ назначен на рейс } i \in L, \end{cases}$$

$y_{f,a,t+}$  — количество самолетов типа  $f \in F$  в аэропорту  $a \in A$  непосредственно после момента времени  $t \in T$ ;

$y_{f,a,t-}$  — количество самолетов типа  $f \in F$  в аэропорту  $a \in A$  непосредственно до момента времени  $t \in T$ ;

$alloc_p$  — количество билетов, отведенных продукту  $p \in P$ .

Функция цели:

$$\sum_{p \in P} rev_p \cdot alloc_p - \sum_{f \in F} \sum_{i \in L} C_{f,i} x_{f,i} \rightarrow \max. \quad (1)$$

Первое слагаемое представляет собой доход от перевозки пассажиров, т. е. сумму полученных за билеты условных денег. Второе слагаемое функции цели представляет собой суммарные затраты на все полеты самолетов, назначенных на рейсы данного расписания.

Необходимо найти  $x_{f,i}$ ,  $alloc_p$ , при которых функция цели (1) будет максимальна, с учетом ограничений (2)–(8).

Условие покрытия:

$$\sum_{f \in F} x_{f,i} = 1 \text{ при этом } \forall_i \in L. \quad (2)$$

На каждый рейс должен быть назначен только один самолет одного из имеющихся типов.

Условие баланса:

$$y_{f,a,t-} + \sum_{i \in I(f,a,t)} x_{f,i} - y_{f,a,t+} - \sum_{i \in O(f,a,t)} x_{f,i} = 0, \text{ при } \forall f, a, t. \quad (3)$$

Количество самолетов, находящихся в аэропорту непосредственно до момента времени  $t$  и приземлившихся в этот момент, равно количеству самолетов, которые могут вылететь из этого аэропорта после момента времени  $t$ , плюс самолеты, которые в нем останутся.

Использовать можно не больше, чем имеешь:

$$\sum_{a \in A} y_{f,a,0-} + \sum_{i \in CL(f)} x_{f,i} \leq N_f, \text{ при } f \in F. \quad (4)$$

Для каждого типа самолета количество бортов, находившихся в аэропорту до начального момента, и количество пересекающих линию подсчета не должно превышать количество самолетов данного типа в парке авиакомпании.

Условие ограниченной вместимости:

$$\sum_{p \in I} a_{iio} c_p \leq \sum_{f \in F} Cap_f x_{f,i}. \quad (5)$$

Для любого рейса количество пассажиров, купивших билет на продукт  $p$ , на который назначен самолет типа  $f$ , не может быть больше вместимости этого самолета.

Продавать можешь не больше, чем имеешь:

$$0 \leq alloc_p \leq D_p. \quad (6)$$

Количество билетов, продаваемых для продукта  $p$ , не может превышать спрос на этот продукт  $D_p$ .

Дополнительные ограничения:

$$x_{f,i} \in \{0,1\}, \text{ при } \forall f \in F, \forall i \in L; \quad (7)$$

$$y_{f,a,t} \geq 0, \text{ при } \forall f, a, t. \quad (8)$$

Поставленная задача является задачей смешанного программирования. Исходными данными для нее являются:

- полетное расписание;
- имеющийся в наличии авиационный парк  $f \in F$  (тип самолетов,  $Cap_p, N_f$ );
- удельные затраты авиакомпании на полеты по каждому рейсу для каждого типа самолета;
- цена билета  $rev_p$  для каждого продукта;
- данные по спросу на все продукты  $D_p$ .

Представленные модели позволяют авиакомпании принимать важные оперативные решения, замена типов ВС, связанная с изменением данных по спросу, — одна из наиболее часто возникающих на практике и экономически весомых задач. На практике авиакомпании выбирают наиболее удобную для себя схему работы в зависимости от объемов перевозок, вычислительных ресурсов и сроков принятия решения и уровня автоматизации производства. Замкнутая перестановка — более быстрый подход, ODFAM — значительно более точный метод. Ручной подход зачастую означает лишь выбор одного из найденных вариантов, который может принести больше убытков, чем прибыли.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов Л. В., Фридман Г. М., Шебалов С. М. Математическое моделирование в оптимизации планирования авиационных перевозок: формулировки и методы решения типовых задач // Научный вестник МГТУГА. 2008. С. 49–57.
2. Зенкова Н. А., Носова Е. В., Фридман Г. М. Оперативная расстановка парка воздушных судов по рейсам, связанная с изменениями данных по спросу // Экономическая кибернетика: Сб. науч. тр. 2009. Вып. 19. С. 165–168.
3. Barnhart C., Belobaba P. and Odoni R. Application operation research in the air transport industry // Transportation Science. 2003. Vol. 37. № 4. P. 368–391.

4. Shebalov S. In Unison // Ascenda. 2010. № 1. P. 17–19.
5. Smith B. C. Robust Airline Fleet Assignment. Ph.D. thesis. Georgia Institute of Technology, U.S.A., 2004.

#### REFERENCES

1. Vinogradov L. V., Fridman G. M., Shebalov S. M. Matematicheskoe modelirovanie v optimizacii planirovaniya aviacionnyh perevozok: formulirovki i metody reshenija tipovyh zadach // Nauchnyj Vestnik MGTUGA. 2008. S. 49–57.
2. Zenkova N. A., Nosova E. V., Fridman G. M. Operativnaja rasstanovka parka vozdušnyh sudov po rejsam, svjazannaja s izmenenijami dannyh po spros. // Ekonomicheskaja kibernetika: Sb. nauch. tr. 2009. Vyp. 19. S. 165–168.
3. Barnhart C., Belobaba P., and Odoni R. Application operation research in the air transport industry // Transportation Science. 2003. Vol. 37. № 4. P. 368–391.
4. Shebalov S. In Unison // Ascenda. 2010. № 1. P. 17–19.
5. Smith B. C. Robust Airline Fleet Assignment. Ph.D. thesis. Georgia Institute of Technology, U.S.A., 2004.

*A. C. Старшинов*

### О ВЛИЯНИИ НЕОБЯЗАТЕЛЬНЫХ РЕЙСОВ НА РАССТАНОВКУ ПАРКА ВОЗДУШНЫХ СУДОВ НА РЕЙСЫ ПОЛЕТНОГО РАСПИСАНИЯ

*В статье рассмотрена расширенная задача расстановки парка воздушных судов, позволяющая удалять рейсы из расписания. Показано, что данная модификация базовой задачи позволяет в ряде случаев увеличить получаемую прибыль.*

**Ключевые слова:** расстановка парка, необязательные рейсы.

*A. Starshinov*

#### AN IMPACT OF OPTIONAL FLIGHTS ON FLIGHT SCHEDULE

*The article presents extended flight assignment problem which allows removing legs from schedule. There is shown, that this modification of basic problem in some cases allows increasing revenue.*

**Keywords:** flight assignment model, optional flights.

Авиаиндустрия является быстрорастущей отраслью, авиакомпаниям требуются решения множества вопросов для обеспечения конкурентоспособности, для предоставления пассажирам лучшего сервиса. Возникающие проблемы весьма сложны, некоторые до сих пор не могут быть решены в полном виде и решаются поэтапно: главным сдерживающим фактором является недостаток вычислительных мощностей. Одной из множества задач является задача расстановки парка воздушных судов (ВС).

Пусть имеются расписание полетов между различными аэропортами и авиационный парк, состоящий из заданного количества ВС определенных типов. Необходимо обеспечить самолетами все указанные в расписании рейсы и при этом постараться извлечь максимальную прибыль, удовлетворив спрос (т.е. перевезти как можно большее число пассажиров, учитывая, что расходы на полеты самолетов разного типа также различны). В рассматриваемой задаче разрешается оставлять рейсы без назначения на них ВС, если это положительно влияет на рост прибыли. Такие рейсы удаляются из расписания.