

РЕАЛИЗАЦИЯ ЦЕЛОСТНОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКЕ КАК УСЛОВИЕ ДОСТИЖЕНИЯ ПОНИМАНИЯ

Обосновывается необходимость реализации целостного подхода к обучению математике, в частности, к формированию понятий; представлены основные аспекты такого подхода. Дано определение понимания применительно к обучению математике. Обоснована необходимость реализации целостного подхода для достижения понимания учебного материала. Описаны уровни владения целостным представлением о математическом понятии.

Ключевые слова: целостный подход, понимание, объем и содержание понятия.

M. Soldaeva

Holistic Approach to Teaching Mathematics as a Condition for Achieving Comprehension

The article explains the need for a holistic approach to teaching mathematics, in particular, to the formation of concepts. A definition of understanding in teaching mathematics is suggested. The necessity of a holistic approach to achieve comprehension of the material is substantiated. The levels of holistic perception of a mathematical concept are described.

Keywords: holistic approach, understanding, volume and content of concept.

В федеральных государственных образовательных стандартах второго поколения представлена инновационная модель развития образования, основанная на российской ценностной, научной и культурной базе. Одной из целей реализации ФГОС является: а) формирование целостного мировоззрения, которое соответствует современному уровню развития науки и общественной практики и учитывает социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира; б) обеспечение сфор-

мированности основ целостной научной картины мира.

В философской, психологической и педагогической литературе часто встречается термин «целостный подход» (Ю. К. Бабанский, М. А. Данилов, В. С. Ильин, В. М. Коротов, В. В. Краевский, Б. Т. Лихачев и другие), однако четкого определения данного понятия нет.

Анализ различных источников позволил нам сделать вывод о реализации целостного подхода через взаимосвязь следующих аспектов (рис. 1):

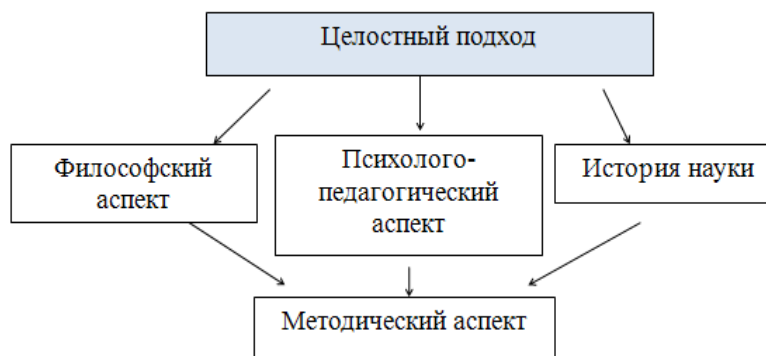


Рис. 1

Каждый из этих аспектов должен реализовываться при формировании в процессе обучения математике основных теоретических компонентов учебного материала, в частности, математических понятий.

Философский аспект реализуется через логический подход к трактовке понятия и герменевтические особенности восприятия информации. Рассмотрим их.

Любое понятие характеризуется: термином (именем, названием); содержанием, ко-

торое отражает смыслы понятия; объемом, который отражает значения понятия. В рамках логического подхода любое понятие может быть представлено с помощью треугольника Фреге (выделен сплошной линией на рис. 2).

Но одно и то же понятие может иметь не один смысл и не одно значение, и установление связи между ними является одной из основных проблем герменевтики — науки о понимании.

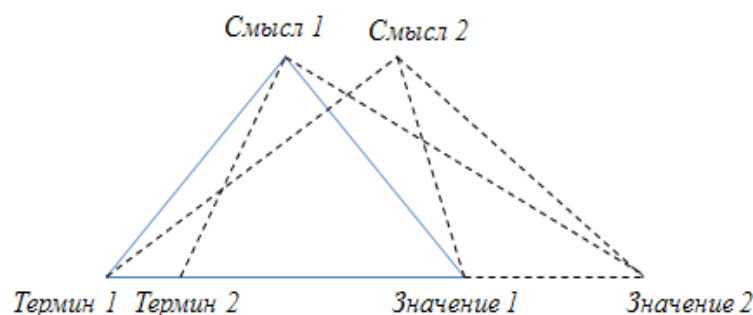


Рис. 2

«Понимание — психический процесс включения информации о чем-либо в прежний опыт, в усвоенные ранее знания и постижение на этой основе смысла и значения события, факта, содержания воздействия» [1].

Мы уточнили данное определение применительно к математическим понятиям.

Понимание в процессе обучения математике включает две взаимосвязанные составляющие:

1) понимание предполагает владение разными образами (значениями) математических понятий, отраженными в объеме понятия, постижение разных смыслов математических понятий, отраженных в содержании понятия, и установление связей между ними

2) понимание рассматривается как процесс включения математических знаний в субъектный опыт ученика.

Второе условие достижения понимания реализуется через психолого-педаго-

гический аспект. Термины (имена) большинства изучаемых математических понятий знакомы ученику. Поэтому с каждым понятием он связывает определенное значение и определенный смысл, который мы назвали субъективным [3]. Субъективный смысл понятия не всегда совпадает с объективным, научным, но именно на него опираются учения при понимании учебного материала. Реализация психолого-педагогического аспекта предполагает выявление субъектного опыта ученика до введения понятия и диагностику его «окультуривания» на этапе закрепления с помощью различных методик выявления субъектного опыта [2].

Исторический аспект «работает» на достижение такого универсального учебного действия, выделенного в федеральных государственных образовательных стандартах, как смыслообразование.

Организация работы с учебным материалом реализуется в рамках рассмотренных выше аспектов, взаимосвязь которых отра-

жается в методическом аспекте целостного подхода.

Конкретизация целостного подхода относительно понятий предполагает формирование целостного представления о понятии.

Мы определяем целостное представление о понятии как способность ученика видеть разные смыслы и значения понятия, в том числе, связанные с субъектным опытом ученика, воспринимать и предъявлять их в разных способах представления информации (словесном, образно-графическом, символьном) и устанавливать связи между ними.

Нами были разработаны четыре уровня, на которых может быть сформировано целостное представление о понятии, и типовые задания.

1. Ученик выделяет характеристики понятия (смысл, значение, термин) в отдельности.

2. Ученик способен установить связь между отдельными характеристиками понятия внутри учебного предмета.

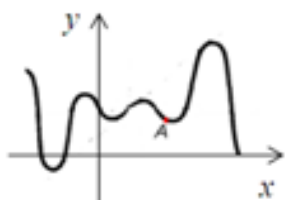


Рис. 4

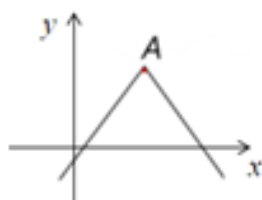


Рис. 5

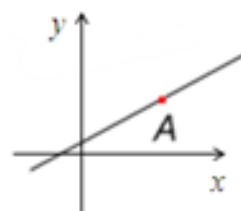


Рис. 6

Результаты выполнения оказались следующими. Для графиков на рис. 4 и 5 50% учителей и 27% учащихся дали верный ответ, 11% учеников не приступили к выполнению задания. Наибольшее количество расхождений в ответах (только у учителей было шесть разных вариантов) получилось при выполнении задания на построение секущей и касательной к графику линейной функции (рис. 6).

Анализ результатов оказалось выполнить достаточно сложно вследствие отсутствия определений или по причине неполноты объемов понятий, используемых в заданиях.

3. Ученик способен установить связь между всеми отдельными характеристиками понятия в рамках других учебных предметов и связи между субъективными и объективными смыслами понятия.

4. Ученик способен применять смыслы и значения понятия во внеучебных ситуациях (метапредметный результат).

В рамках нашего исследования, с целью проверки сформированности целостного представления о понятии был проведен эксперимент.

Ученикам, учителям и студентам были предложены задания:

1. Проведите секущую к прямой в точке A :

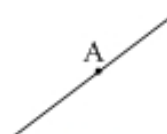


Рис. 3

2. Проведите секущую и касательную в точке A к графикам функций, заданным на рисунках.

Как оказалось, содержание и объем понятия «секущая к фигуре» в школьных учебниках математики дан лишь частично. В частности, дается определение *секущей двух прямых*, представлены примеры объема понятия *секущая к окружности*, но не дано определение *секущей к графику функции (линии)*, а объем этого понятия представлен частично (для кривых и ломаных, но нет — для прямых). А значит, и понятие касательной к графику функции в точке не может быть сформировано в полном объеме, так как определяется через предельное положение секущей.

Такие результаты объясняются и недостаточным вниманием к формированию *объема понятия*. Хотя определение секущей к графику функции в учебниках отсутствует, для графиков функций, представленных кривыми, имеются рисунки касательной и секущей, для графиков же функций, представленных прямой, таких образов нет, т. е. объем понятия *секущая к графику функции* представлен неполно. Вследствие этого даже учителя математики испытывали трудности при выполнении данного задания. Лишь 32% ответили, что секущая и касательная совпадают с прямой. Среди оставшихся учителей мнения распределились следующим образом: 5% посчитали, что касательная и секущая не совпадают; 52% сообщили, что секущая к прямой существует, а касательную построить невозможно, либо либо существует касательная, но нет секущей; 11% не приступили к выполнению задания.

Ответы учащихся оказались не лучше. Это при том, что большинство из них прекрасно вычисляют производную линейной функции. Но связь на практическом уровне между разными смыслами (например, аналитическим и геометрическим) и значениями одного понятия у них не установлена, в частности, — между вычислением производной линейной функции в точке и равенством ее тангенсу угла наклона касатель-

ной, проведенной к этой функции в этой же точке. Секущая для некоторых отвечающих в данной ситуации существует, а касательную, являющуюся ее предельным положением, по их мнению, построить невозможно. Также почти во всех учебниках в ситуациях, как в задании на рис. 2, не объясняется отсутствие касательной через несовпадение секущих справа и слева от точки А на образном уровне (на конкретных рисунках).

Правильному выполнению этого задания учащимися может мешать и их субъективный опыт. Ведь приобретя опыт построения секущей к двум прямым (при изучении темы параллельности), они переносят его на проведение секущей к прямой (такая секущая в курсе геометрии не определяется) и реализуют при построении секущей к графику линейной функции. Да и сам термин «секущая» как бы говорит о проведении прямой, пересекающей другую прямую, т. е. имеющую с другой прямой только одну общую точку, поэтому, выполняя задание по рис. 3, практически все отвечающие рисовали пересекающую прямую.

Из сказанного выше следует, что у большинства учащихся не сформировано целостное представление о понятии, а значит, не может быть достигнуто понимание. Это свидетельствует о необходимости реализации целостного подхода к обучению математике в школе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьяченко М. И., Кандыбович Л. А. Психологический словарь-справочник. М.: Харвест, 2004.
2. Подходова Н. С. Метаметодическая модель культуротворческой школы как средство реализации интеграции при изучении математики // The Emiss Offline Letters // Электронный научный журнал. Май, 2010, ART 1416. URL:<http://www.emissia.org/offline/2010/1416.htm>
3. Подходова Н. С., Шереметьева О. В. Логико-психологический подход к формированию понятий // Вестник ПГУ. 2006. № 1(9). Архангельск: Изд-во ПГУ, 2006.

REFERENCES

1. D'jachenko M. I., Kandybovich L. A. Psihologicheskij slovar'-spravochnik. M.: Harvest, 2004.
2. Podhodova N. S. Metametodicheskaja model' kul'turotvorcheskoj shkoly kak sredstvo realizacii integracii pri izuchenii matematiki // The Emiss Offline Letters // Elektronnyj nauchnyj zhurnal. Maj, 2010, ART 1416. URL:<http://www.emissia.org/offline/2010/1416.htm>
3. Podhodova N. S., Sheremet'eva O. V. Logiko-psihologicheskij podhod k formirovaniju ponjatij // Vestnik PGU. 2006. № 1(9). Arhangel'sk: Izd-vo PGU, 2006.