informatsionno-kommunikatsionnyh sistem, 565 Spetsialist po administrirovaniyu setevyh ustroystv informatsionno-kommunikatsionnyh sistem, 566 Sistemnyj programmist.
8. Professional'nye standarty. [Elektronnyj resurs]: Programmno-apparatnyj kompleks VNII truda Mintruda Rossii — URL: http://profstandart.rosmintrud.ru/obshchiy-informatsionnyy-blok/natsional-nyy-reestr-professionalnykh-standartov/reestr-professionalnykh-standartov/ (data obrashcheniya: 30.09.2018) — gruppa 40: 28 Spetsialist po organizatsii i upravleniyu nauchno-issledovatel'skimi i opytno-konstruktorskimi rabotami, 32 Spetsialist po nauchno-issledovatel'skim i opytno-konstruktorskim rabotam.

В. И. Снегурова, Н. С. Подходова, В. В. Орлов

ОСОБЕННОСТИ ОТБОРА И РЕАЛИЗАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

В статье рассматриваются особенности построения курса математики на современном этапе становления школьного образования. Выделены идеи, лежащие в основе стратегии отбора содержания и его структурирования с учетом требований Федерального государственного стандарта и Концепции математического образования. Представлено их обоснование. Раскрыты содержательно-методические линии, по которым целесообразно структурировать содержание курса математики.

Описаны условия реализации курса математики средней школы с использованием внутрипредметных и межпредметных связей и опорой на субъектный опыт учащихся. Приведены примеры реализации.

Ключевые слова: стратегии отбора содержания и структурирования, содержательно-методические линии, условия реализации курса математики средней школы.

V. Snegurova, N. Podkhodova, V. Orlov

FEATURES OF SELECTION AND REALIZATION OF THE CONTENT OF SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

The article deals with the features of constructing a course of mathematics of the modern school system. The ideas underlying the strategy for selecting content and its structuring with the requirements of the Federal State Standard and the Concept of Mathematical Education are highlighted. Their rationale is submitted. Content-methodical lines are considered. They define the structure of the content of the course of mathematics. The conditions for the realization of the school mathematics course are described (intra-subject and interdisciplinary connections and the students' experience are used). Examples of realization are given.

Keywords: *content selection strategies, content-methodical lines, conditions for the realization of a school mathematics course.*

Современные тенденции в образовании, государственные стандарты, Концепция математического образования предъявляют новые требования к содержанию математического образования и его реализации. В соответствии с ними мы выделили основные идеи, которые определяют стратегию отбора содержания и его структурирование.

1. *Структурирование на основе выделения в программе для каждого предмета пред-*

метной области Математика содержательно-методических линий, как традиционных, так и новых.

Целесообразность реализации такого подхода определяется следующими соображениями.

Во-первых, это позволяет продемонстрировать в курсе математики, который будет построен на основе такой программы, непрерывное развитие каждого из фундаментальных понятий, формируемых в курсе: уравнение, неравенство, число, фигура, преобразование, отношение и т. д.

Во-вторых, выстраивание в программе каждой содержательно-методической линии дает возможность более полно и четко отразить преемственность в формировании и развитии знаний, умений и навыков учащихся, включенных в ее содержание.

В-третьих, позволяет реализовать внутрипредметные связи именно по линиям, предусмотреть возможность использования ведущих методов одной линии в другой, объективно оценить риски изменения последовательности изучения учебного материала в рамках одного предмета (алгебры, геометрии или начал анализа), в рамках математики в целом, при реализации связей с другими предметами (физикой и информатикой). Это обеспечит и более свободное оперирование межпредметными понятиями и эффективное овладение школьниками различными универсальными учебными действиями (УУД).

Выделение в программе основных содержательно-методических линий учитывает исторический опыт отечественного математического образования и потребности современного общества. Прежде всего это традиционные линии: Числа, Тождественные преобразования, Уравнения и неравенства, Функции, Геометрические фигуры, Отношения (в геометрии), Измерения и вычисления (в геометрии), Построения, Преобразования (в геометрии), Векторы и координаты на плоскости (элементы аналитической геометрии), Элементы математического анализа. Однако представляется целесообразным выделение в качестве особых таких содержательно-методических линий, как: Сюжетные задачи, Методы математики, а также, учитывая требования стандарта, добавить еще три: Элементы теории множеств и математической логики, История математики, Статистика и теория вероятностей.

Явное выделение линии *Сюжетные задачи* и выделение специфических для нее образовательных результатов обучения ориентировано на целенаправленное и осознанное формирование последовательности системы знаний и умений, интегрирующих во многом результаты других содержательно-методических линий функционально-алгебраической составляющей курса математики. Выделение *моделирования*, как необходимой и сквозной составляющей указанной линии направлено на эффективное достижение таких *метапредметных результатов* общего образования, как умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения; умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач, видеть связь математики с окружающим миром, с одной стороны, и ее обобщенность и абстрактность — с другой.

Выделение линии *История математики*, акцент на специальное рассмотрение и ориентация на результаты, связанные с осознанием учащимися роли и значимости математической науки, а также процесса появления и становления фундаментальных математических понятий, в историческом контексте согласуются с *личностными результатами*, сформулированными в Федеральном госу-

дарственном образовательном стандарте и ориентированы на их достижение. Например, в рамках базового уровня выделены такие результаты, как: умение описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки; знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей; понимать роль математики в развитии России; в рамках углубленного уровня – понимать математику как строго организованную систему научных знаний, в частности, владеть представлениями об аксиоматическом построении геометрии и первичными представлениями о неевклидовых геометриях; рассматривать математику в контексте истории развития цивилизации и истории развития науки, понимать роль математики в развитии России. Наличие этой линии способствует достижению таких личностных результатов, как формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики и т. д.

Выделение линии *Методы математики* предполагает демонстрацию применения этих методов в других областях знаний, что способствует как более полному достижению *метапредметных результатов*, так и *личностных результатов,* связанных с осознанием места математики в окружающем мире и ее значимости, что способствует развитию такого универсального учебного действия, как смыслообразование. В области предметных результатов эта линия будет «работать» на формирование обобщенного представления о содержании курса математики в целом.

На базовом уровне усвоение содержания выделенной линии направлено на достижение таких результатов, как умение применять известные методы при решении стандартных математических задач; замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности; приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих эстетику окружающего мира и произведений искусства. На углубленном уровне – владеть знаниями о различных методах обоснования математических утверждений и самостоятельно применять их; владеть типологией задач и пользоваться этой типологией при выборе метода решения; характеризовать произведения искусства с учетом математических закономерностей в природе, использовать математические закономерности в самостоятельном творчестве.

Структурирование курса математики на основе выделения содержательно-методических линий во многом способствует реализации обучения на основе системно-деятельностного подхода. Оно позволяет организовать и отслеживать процесс формирования фундаментальных понятий курса математики на основе принципа «расширяющейся спирали»: постепенно расширяя, обогащая и включая в систему их новые смыслы и интерпретации. Кроме того, описание процесса продвижения от изучения простых примеров понятий к их обобщениям (например, цепочка: от уравнения как равенства с буквой и решения уравнений на основе свойств действий к уравнению как равенству с переменной и решению уравнений на основе свойств числовых равенств, далее к уравнению как равенству двух функций и решению уравнений на основе применения теорем о равносильных преобразованиях уравнений) и промежуточным результатам позволяет организовать обобщение способов деятельности учащихся на основе осваиваемого содержания.

2. *Наполнение содержательно-методических линий курса учебным материалом происходит на основе деятельностного подхода, реализации идеи фузионизма и идеи учета субъектного опыта ученика и учителя.*

Необходимость реализации идеи деятельностного подхода объясняется пониманием развития субъекта как его самодвижения, осуществляющегося благодаря его деятельности в предмете, усилением внимания к учению как деятельности субъекта. Учебная

работа подростка не исчерпывается лишь овладением способами действий, но и включает собственные авторские действия (замысел, представление, анализ условий реализации, выдвижение гипотез, получение продукта). В соответствии с этим образовательное пространство подростка должно создавать условия для его действий как автора, что предполагает при изучении математики возможность выбора ребенком приоритетных для него видов и способов деятельности, работу с различными определениями понятий, освоение курса на различных уровнях строгости.

В подростковом возрасте ведущими мотивами деятельности становятся саморазвитие и самореализация, стремление к утверждению своего уникального «Я», возрастает роль общения в подростковом возрасте, что требует диалогических форм обучения. Деятельность ученика при изучении математики должна направляться, в том числе, и на изучение себя, меняющегося в процессе учебной работы, на самоопределение. Это обеспечивается за счет обучения самостоятельной познавательной деятельности школьника и организации ее различных видов при изучении предмета, о чем говорилось выше, за счет выделения в содержании каждой линии и в требованиях к предметным результатам обучения дидактических единиц, требований к предметным результатам учебных действий для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом уровне, на базовом и углубленном уровнях, на углубленном уровне; за счет включения в содержание специальных заданий по развитию рефлексии.

Так, например, в линии методов такими иерархически выстроенными дидактическими единицами служат: «Основные методы решения сюжетных задач: арифметический, алгебраический», «*Неалгебраические методы решения сюжетных задач*», а учебными действиями: «применять основные методы решения сюжетных задач при решении стандартных задач»; «владеть знаниями о различных методах решения сюжетных задач и самостоятельно применять их», соответственно.

Идея фузионизма при построении учебных курсов, как известно, может быть реализована на различных уровнях общности: предполагать слитное изучение различных предметов (биологии и химии в курсе естествознания), различных разделов одной науки (алгебры и геометрии в курсе математики, в более узком варианте — изучение в одном курсе геометрии плоских и пространственных фигур). Возможности реализовать эту идею на различных уровнях рассматриваются в отечественной методике обучения математике с XIX века по сегодняшний день, и здесь сложилась определенная традиция. Так, курс математики 5–6 классов, в рамках которого изучается арифметика, элементы алгебры и геометрии, реализует эту идею. При наполнении материалом содержательно-методических линий курса математики современной школы в соответствии с требованиями стандарта общего образования при изучении математики 5–6 классов и в систематическом курсе планиметрии целесообразно рассмотрение объемных фигур и знакомство с отношениями в пространстве с целью демонстрации закономерностей планиметрии на объемных фигурах, поддержания у учащихся необходимого уровня пространственных представлений, поддержки курсов физики, химии и информатики, для подготовки к изучению систематического курса стереометрии. В линию геометрических фигур следует включить объемные фигуры: пирамиды, параллелепипеды, правильные многогранники, сфера, шар, цилиндр, конус, их элементы и простейшие свойства; в линии отношений: представления о взаимном положении прямых в пространстве, положении прямой и плоскости, взаимном положении плоскостей, представления о перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве (как материал, рекомендуемый для рассмотрения без доказательств).

Изучение и использование неалгебраических методов (графического и геометрического, в частности) решения сюжетных задач, изучение и применение функциональных методов решения уравнений и неравенств, которые должны быть включены в содержание линии методов, в линии сюжетных задач, в линии уравнений и неравенств, также можно в определенном смысле понимать как реализацию идеи фузионизма в курсе алгебры.

Необходимость учета субъектного (личностного) опыта учащихся при построении программы по математике диктуется несколькими основаниями.

• Вписывание новой информации в субъектный опыт ребенка является необходимым условием достижения понимания [1].

Как отмечает А. Р. Лурия, с каждым понятием у человека связано определенное семантическое (смысловое) поле. Каждый человек связывает понятие с собственными представлениями об этом понятии, причем чаще в виде образов конкретных предметов. Поэтому необходимо связывать по возможности вводимое понятие с имеющимися у ученика представлениями об этом понятии, при изучении математики на базовом уровне целесообразно поменять функцию использования жизненных представлений с демонстрационной на опорную. Это позволит не только создать условия для понимания новой информации, но и сделать знания более прочными. Но чтобы вписать эту информацию в личностный опыт ребенка, его необходимо выявить.

• Очень немного понятий в курсе математики, термины которых не знакомы ученику, а значит, у ребенка с этими терминами связан уже определенный смысл, причем соответствующие понятия могли быть сформированы как в жизненном опыте ребенка, так и приобретены в процессе изучения других учебных предметов. Этот смысл может соответствовать научному смыслу в математике, а может и не соответствовать. Например, полярный круг, рассматриваемый в географии, скорее является моделью окружности, чем круга, а круг Эйлера — моделью плоской двумерной фигуры. В случае расхождения научных понятий и жизненных представлений об этом понятии (что сначала надо выявить) необходимо организовать специальную работу, используя методики выявления субъектного опыта [4].

• Субъектный опыт включает несколько составляющих, одной из наиболее значимых является эмоционально-ценностная, которая определяет мотивацию учащихся. Как пишет нейрофизиолог Д. Соуза, лимбическая система, связанная с данной составляющей субъектного опыта, самая древняя и самая значимая для личности. Поэтому ориентация на использование эмоционально-ценностной составляющей субъектного опыта в значительной степени определяет эффективность усвоения учебного материала учащимися и способствует формированию УУД «смыслообразование».

Таким образом, в процессе обучения математике работа с субъектным опытом предполагает:

• выявление субъектного опыта перед введением нового материала;

• опору на субъектный опыт при введении нового материала на основе установления связи вводимой информации с имеющейся у ученика;

• выявление субъектного опыта после введения нового материала, на этапе закрепления, чтобы определить, вписалось ли новое понятие в субъектный опыт ученика;

• использование процессуальной составляющей субъектного опыта при формировании предметных умений и УУД, в частности, возможности выбора способов получения результата;

• работу с эмоционально-ценностной составляющей на протяжении всего урока, но особое внимание ее актуализации должно уделяться на этапе мотивации (в начале урока), на этапе рефлексии в конце урока, когда нужно выявить личностную значимость для ученика изученного материала и

его настроение на уроке, а также в периоды наименьшей работоспособности (через 20 минут после начала урока), так как эмоции имеют большой энергетический ресурс.

Говоря о построении курса математики основной школы, выделим условия реализации содержания курса, принципы отбора которого были описаны выше.

1. Одним из условий реализации содержания является включение исторического контекста в деятельность учащихся. Исторический контекст — часть культурного контекста, а математика в логике Федерального стандарта рассматривается как часть культуры. Использование исторического контекста в предметной деятельности способствует формированию личностных УУД. Исторические ситуации могут выступать как источник деятельности школьника и основа мотивации его самостоятельной деятельности. Это реализуется не только за счет выделения как самостоятельной линии истории математики, но и за счет заданий для учащихся с элементами исторического содержания, учебных текстов, раскрывающих историю возникновения и развития того или иного математического понятия, математического метода. Например, при изучении иррациональных чисел такой поход позволяет раскрыть на доступном ученикам уровне идею расширения числовых множеств и подготовить основу для возможного знакомства с алгебраическими структурами; при изучении аксиомы параллельных Евклида не только раскрыть идею аксиоматического построения геометрии, но и обеспечить возможность знакомства с неевклидовыми геометриями. В свою очередь наличие исторического контекста позволяет использовать и более широкий культурный контекст, в частности художественный, как, например, в задании: «На картине Василия Кандинского “Композиция VIII” выделите изображения известных вам геометрических фигур» [3]. Это, несомненно, усилит воспитательный потенциал математики как учебного предмета.

2. Другим условием реализации математического содержания является использование генетического подхода, который связан с историческим подходом, а также направлен на привлечение школьников к «деланию математики», обучение их «мыслить математически». Это может быть реализовано через организацию учебных ситуаций, подводящих ученика к формулированию цели обучения, самостоятельному конструированию определений понятий, формулировок, утверждений, через использование приема «знаю, узнаю, хочу знать», который позволяет ученику выявить границы своих знаний, поставить учебные задачи, что будет способствовать освоению разных групп УУД.

3. Следующим условием является организация различного рода взаимодействий.

3.1. В соответствии с требованиями ФГОС ОО направленность на достижение метапредметных результатов предполагает определенное содержание учебного материала, позволяющее организовать взаимодействия разного рода: внутрипредметное, межпредметное внутри предметной области, между предметными областями, с окружающим миром. Это взаимодействие реализуется как на уровне понятий, так и на уровне умений, формируемых при работе с теоретическими компонентами и при решении задач.

В математике используются термины понятий, которые встречаются учащимся на других учебных предметах, в частности, форма, фигура, координаты, масштаб, функция, точка, отношение, система, моделирование, параллельность и другие. Часть из этих понятий относится к межпредметным понятиям, часть к понятиям, сводимым к межпредметным (часть термина совпадает, имеют общие свойства и специфические, т. е. смыслы понятий частично совпадают). А освоение учащимися межпредметных понятий является одним из основных направлений достижения метапредметных образовательных результатов. Реализация этого направления является не только условием формирования целостной системы знаний,

целостного мировоззрения, но и позволит избежать фрагментарности знаний, ошибок, допускаемых учениками в силу овладения знаниями об определенных свойствах понятий на одном учебном предмете и переноса их на понятия другого предмета, имеющие такой же термин или часть термина, но не свойственные этому понятию в рамках другого предмета. Так, например, в географии при изучении координат (ранее, чем в математике) отсчет ведется от гринвичского меридиана вправо и влево и от экватора к полюсам. А значит, чем левее или ниже точка относительно начала координат, тем ее координата больше. И это свойство часть учеников переносит на декартовы координаты в математике, считая, что левее начала координат числа возрастают. Причем учителя для краткости не называют термин полностью (декартовы координаты, географические координаты), а говорят просто о координатах. Рассматривая уравнения, желательно обратить внимание учеников на то, что уравнения встречаются не только в математике, но и в других науках, в частности, они будут изучать их на уроках физики и химии. В процессе обучения математике целесообразно показать как общие свойства понятий из разных учебных предметов, имеющих общий термин или часть термина, так и специфические, свойственные только математическому понятию [5, с. 63–68]. Иначе в большей степени «страдает» усвоение именно математических понятий, как более далеких от повседневного опыта ученика. Такая работа будет способствовать освоению межпредметных понятий, выделенных в блоке метапредметных образовательных результатов (ФГОС ОО).

Но есть еще группа межпредметных понятий, связанных непосредственно с универсальными учебными действиями, даже в отношении термина. Это, например, познавательные УУД: классификация, сравнение, моделирование и т. д. Их название фактически отражает термин соответствующего межпредметного понятия. Для многих логических УУД соответствующие понятия определены в логике, но некоторые имеют специфику в рамках учебного предмета, например, сравнение как уподобление имеет место в литературе, но не используется в математике. Из этих познавательных УУД именно группу логических УУД целесообразно ввести в процессе изучения математики (построенной на формальной логике), но на разном содержании, внепредметном и предметном, с демонстрацией, как универсальности УУД, т. е. использования в других учебных предметах, так и специфики, если она присутствует.

Раскрыть суть УУД можно при изучении конкретной темы, где это целесообразно. Действия классификации, обобщения целесообразно рассматривать на уроках обобщения и систематизации знаний или при введении понятий, с математическим моделированием учащихся можно познакомить при решении текстовых задач. Например, раскрытие сути «классификации» и ее структуры в 6 классе можно сочетать с введением видов углов (или другой темы, где встречается деление на классы).

Освоению таких УУД, как структурирование, обобщение, а также систематизации знаний в курсе математики, способствуют задания на установление отношений между понятиями с помощью кругов Эйлера. Например, учащимся на этапе повторения или систематизации знаний по линии уравнений можно предложить изобразить с помощью кругов Эйлера отношения между множествами: A — множество уравнений, B — множество квадратных уравнений, C — множество уравнений, имеющих не более двух корней, D — множество уравнений вида $ax^2 + bx + c = 0$, E — множество линейных уравнений. Аналогичные задания можно предлагать при обобщении разных тем курса математики.

3.2. Ученик, осваивающий математику как учебный предмет, в процессе своей многообразной предметной деятельности взаимодействует не только с окружающим миром (видимым пространством), но и с другими субъектами образовательного процесса: учителем математики и учителями других предметов при решении прикладных задач, с

другими учениками, с самим собой, выполняя самостоятельную работу или анализируя свой меняющийся субъектный опыт, а также с объектами: с источниками информации, в частности электронными.

Выделенные выше особенности отбора и реализации содержания курса соответствуют требованиям Федерального государственного стандарта, предъявляемым к образовательным результатам учащихся средней школы, и положениям Концепции развития математического образования в Российской Федерации, а условия реализации содержания будут способствовать достижению образовательных результатов в курсе математики средней школы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бершадский Б. Е.* Понимание как педагогическая категория. (Мониторинг когнитивной сферы: понимает ли, ученик то, что изучает). М.: Центр «Педагогический поиск», 2004. 176 с.
2. *Болтянский В. Г.* Математическая культура и эстетика // Математика в школе. 1982. № 2. С. 40–43.
3. *Орлов В. В.* Геометрия в задачах. 7–8 классы: пособие для ученика и учителя. СПб.: НПО «Мир и семья-95», ООО «Интерлайн», 1999. 212 с.: ил.
4. *Подходова Н. С., Иванова О. А.* Проблемы формирования межпредметных понятий при изучении математики // Письма в Эмиссия. Оффлайн. (The Emissia. Offlain Letters): электронный научный журнал. Июнь 2013, ART 2006. СПб., 2013.
5. *Подходова Н. С., Кожокарь О. А., Фефилова Е. Ф.* Реализация ФГОС ОО: новые решения в обучении математике: учебно-методическое пособие для высших учебных заведений, ведущих подготовку по направлению «Педагогическое образование». СПб.; Архангельск: КИРА, 2014. 255 с.

REFERENCES

1. *Bershadskiy B. E.* Ponimanie kak pedagogicheskaya kategoriya. (Monitoring kognitivnoy sfery: ponimaet li, uchenik to, chto izuchaet). M.: Tsentr «Pedagogicheskiy poisk», 2004. 176 s.
2. *Boltyanskiy V. G.* Matematicheskaya kul'tura i estetika // Matematika v shkole. 1982. № 2. S. 40–43.
3. *Orlov V. V.* Geometriya v zadachah. 7–8 klassy: posobie dlya uchenika i uchitelya. SPb: NPO «Mir i sem'ya-95», OOO «Interlayn», 1999. 212 s.: il.
4. *Podhodova N. S., Ivanova O. A.* Problemy formirovaniya mezhpredmetnyh ponyatiy pri izuchenii matematiki // Pis'ma v Emissiya. Offlayn. (The Emissia. Offlain Letters): elektronnyj nauchnyj zhurnal. Iyun' 2013, ART 2006. SPb., 2013.
5. *Podhodova N. S., Kozhokar' O. A., Fefilova E. F.* Realizatsiya FGOS OO: novye resheniya v obuchenii matematike: uchebno-metodicheskoe posobie dlya vysshih uchebnyh zavedeniy, vedushchih podgotovku po napravleniyu «Pedagogicheskoe obrazovanie». SPb.; Arhangel'sk: KIRA, 2014. 255 s.