

ПРОБЛЕМЫ РЕАЛИЗАЦИИ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЕ

В. В. Лаптев, Л. А. Ларченкова, В. И. Снегурова

Аннотация. В статье представлен анализ междисциплинарного взаимодействия физики и математики в проекции на школьное образование. Рассматривается междисциплинарность в широком смысле и возможности реализации междисциплинарного подхода в рамках предметного обучения, в котором выделяются содержательный и организационный компоненты. Проблемы междисциплинарного взаимодействия физики и математики как учебных предметов рассмотрены с гносеологической, дидактической, психологической и методической позиций. Показаны возможности их учета в предметном обучении с целью формирования мировоззрения выпускников средней школы и выделены ресурсы, недостаточно используемые для целостной физико-математической подготовки обучающихся.

Ключевые слова: междисциплинарность, межпредметные связи, обучение физике, обучение математике, междисциплинарное взаимодействие физики и математики

INTERDISCIPLINARY INTERACTION OF PHYSICS AND MATHEMATICS IN MODERN SCHOOL

V. V. Laptev, L. A. Larchenkova, V. I. Snegurova

Abstract. The article analyses the interdisciplinary interaction between physics and mathematics in school education. The authors consider interdisciplinarity in a broad sense and examine the possibilities of implementing the interdisciplinary approach within the framework of subject teaching. The authors identify content and organization as the two components of the interdisciplinary approach. Interdisciplinary interaction between physics and mathematics as school subjects is considered from the epistemological, didactic, psychological and methodological positions. The authors describe the possibilities of taking these positions into account in subject teaching in order to form the worldview of school graduates. The authors highlight the resources that are insufficiently used for the holistic physical and mathematical training in secondary school.

Keywords: interdisciplinarity, interdisciplinary connections, teaching physics, teaching mathematics, interdisciplinary interaction between physics and mathematics

Введение

Установка на междисциплинарные исследования сложных объектов и развивающихся систем возникла в результате обобщения практики мировой науки, в которой важнейшие современные научные открытия происходят на стыке разных отраслей фундаментального знания, а новые технологии разрабатываются командами представителей

разных научных дисциплин (Калина 2022). Изменения, происходящие в одной отрасли науки, отражаются на состоянии других отраслей, стимулируя новые возможности теоретического развития (Порус 2013).

При изучении объекта или явления методами разных наук методологически обогащается каждая из них, а у исследователей вырабатываются особые качества личности, мышления и навыки, необходимые для эф-

фактивной деятельности в самых различных сферах. В этом контексте междисциплинарность приобретает статус условия успешного развития не только науки, но и образования.

У образования появляется еще одна важная задача — создание условий и предпосылок для формирования междисциплинарного мышления. Междисциплинарное мышление создает основу понимания того, как специфические подходы, характерные для разных наук и предметных областей, могут применяться совместно при решении сложных задач, и выражается в способности человека держать в фокусе внимания разные типы знания и извлекать из них идеи для применения в своей области. В профессиональной среде междисциплинарное мышление становится крайне необходимым, так как создает его обладателю конкурентное преимущество (Калина 2022).

В образовании междисциплинарность определяется целевыми установками и требованиями к его результатам. В идеале обучающиеся должны научиться воспринимать окружающий мир и решать появляющиеся задачи не сквозь призму отдельных учебных дисциплин, а целостно. В связи с этим в российской системе образования довольно часто предпринимаются попытки реализовать

междисциплинарность посредством интеграции двух или нескольких дисциплин.

При реализации междисциплинарного подхода в образовании можно выделить содержательный и организационный компоненты (рис. 1). Содержательный компонент относится к внутреннему содержанию дисциплин и подразумевает выявление: 1) фактологической составляющей, отражающей связи понятий, фактов, законов двух или нескольких дисциплин; 2) функциональной составляющей, отражающей связи методов исследования, используемых в двух или нескольких дисциплинах. Организационный компонент отражает внешние по отношению к содержанию дисциплин аспекты и включает: 1) отбор необходимых для отражения в обучении исследовательских проблем и методов, общих для двух или нескольких дисциплин; 2) создание интегрированных курсов.

Проблема реализации междисциплинарного подхода в образовании неоднократно становилась предметом научного исследования, однако до сих пор еще далека от окончательного решения. Ее дискуссионность и объективная сложность в немалой степени связаны с генезисом самой междисциплинарности и высоким уровнем требуемых обобщений, не всегда соответствующим

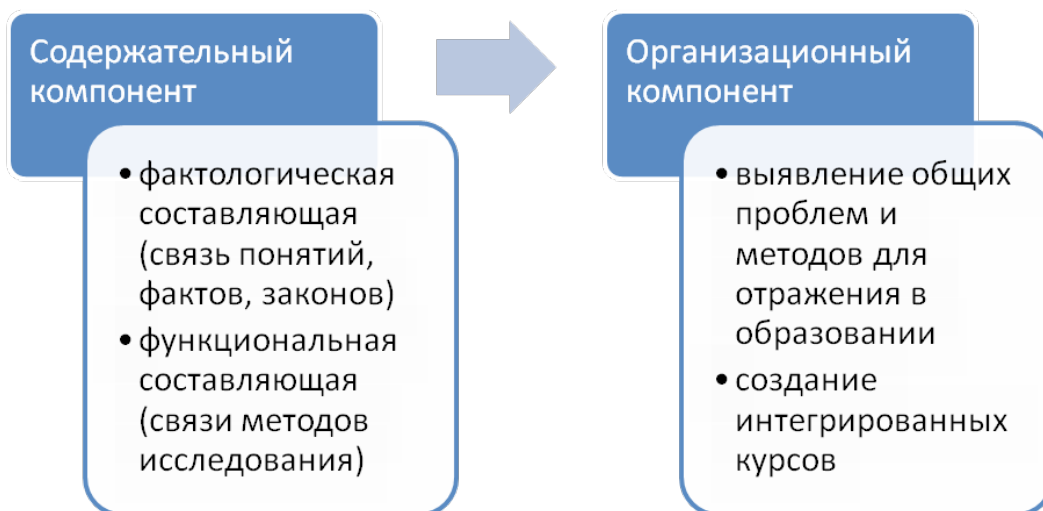


Рис. 1. Структура междисциплинарного подхода в образовании

Fig. 1. The structure of the interdisciplinary approach in education

возрастным когнитивным возможностям учащихся (Бушковская 2010). При этом при всей своей общности междисциплинарность всегда конкретна и неизбежно отражает специфические особенности взаимодействующих дисциплин.

Традиционно основным способом раскрытия идей междисциплинарности в школьном образовании является именно его содержательный компонент, отражающий смысловые связи двух или нескольких учебных предметов, т. е. межпредметные связи. Особенность межпредметных связей выражается в том, что их реализация требует не нарушения логики каждого учебного предмета, а их кооперации с сохранением собственной методологии и теоретических допущений.

Практические предложения исследователей по реализации междисциплинарного подхода чаще всего выражаются в создании и внедрении интегрированных курсов (основных, факультативных, элективных). Проблема с их широким внедрением также связана с содержательными аспектами:

- для их создания необходим подготовительный этап по определению единой стержневой идеи и подбору содержательного компонента из интегрируемых дисциплин, чтобы понимать, что и с чем может быть объединено;
- до сих пор не выработаны критерии, по которым можно было бы судить об успешности обучения именно в этих курсах, без влияния основных дисциплин.

По нашему мнению, идея междисциплинарности в обучении имеет не только достоинства, ее сведение только к интеграции дисциплин содержит риски снижения уровня фундаментальности образования. Об этом также очень убедительно пишет О. В. Тарасова (Тарасова 2021). При этом возможности актуализации междисциплинарных аспектов в рамках преподавания базовых дисциплин и предметов еще до конца не исчерпаны. Рассмотрим их на примере физики и математики.

Специфика междисциплинарных связей физики и математики

Междисциплинарное взаимодействие между физикой и математикой отражает глубинные связи между ними, заложенные в их историческом развитии. Многие известные физики и математики уделяли большое внимание проблеме отражения этого взаимодействия в обучении физике и математике, считая, что их учет оказывает значительное влияние на развитие мышления обучающихся и имеет решающее значение для правильной организации процесса обучения.

Математика как наука начала формироваться раньше, чем физика, однако первые математические исследования всегда были связаны с осмыслением явлений окружающего мира. Впоследствии появилось немало примеров, когда только с помощью одних математических рассуждений и вычислений удавалось предсказать, а затем и экспериментально обнаружить новые физические явления или существование новых физических объектов. И в то же время известны случаи, когда физические открытия стимулировали развитие математических идей. Об этом неоднократно высказывались выдающиеся ученые — и физики, и математики (Овчаров 2019). Хрестоматийным примером является разработка И. Ньютоном (независимо от Лейбница) дифференциального и интегрального исчисления, которые впоследствии прочно вошли в физические научные исследования, но возникли из необходимости математического обоснования системы законов механики и закона всемирного тяготения («Математические начала натуральной философии»). «Роль математики в физике «абсолютна» в том смысле, что только на математическом языке и возможна истинная формулировка физических законов» (Кондратьев, Прияткин 2006, 23).

Весьма показательны в этом смысле научные достижения академика Александра Даниловича Александрова, советского и российского математика, физика, философа. Закончив Ленинградский университет

по специальности «Теоретическая физика», А. Д. Александров приобрел известность как выдающийся геометр. Его основные научные интересы были связаны с геометрией криволинейных поверхностей. Но уже в течение 50-х гг. XX в. А. Д. Александров параллельно с выдающимися работами по нерегулярной (обобщенной) римановой геометрии вел разработку основ теории пространства-времени, опираясь на теорию относительности. Основываясь на первичности причинно-следственного взаимодействия событий, он разработал и математически обосновал теорию абсолютного пространства-времени, которая впоследствии была названа им хроногеометрией.

Современная физика немыслима без математических средств, обеспечивающих ей практически безграничные возможности познания природных явлений. Мощностъ и универсальность математических инструментов подчеркивал выдающийся русский математик академик В. И. Арнольд: «На мой взгляд, математика — часть физики и даже естествознания, являющаяся, как и они, экспериментальной наукой. Разница, однако, состоит в том, что в физике эксперименты (ускорители и т. п.) стоят миллионы и миллиарды долларов, а в математике — единицы рублей» (Арнольд 1998).

Можно привести также слова российского математика В. П. Маслова, который утверждал: «Мне кажется, что современная математика и физика — это одна и та же наука. Вовсе не много-много разных наук, как это часто думают, а — с достаточно глубокой физико-математической точки зрения — просто одна и та же наука» (Кондратьев, Прияткин 2006).

В цифровую эпоху роль математики в образовании и науке еще более возросла, поскольку математическое моделирование стало очень доступным и как метод исследования нашло применение в самых разных областях. «Математическое моделирование лежит в основе формирования трансдисциплинарных систем знаний, таких как искусственный интеллект, синергетика, большие

данные и др., которые отличает принципиальное игнорирование междисциплинарных границ. Математика стала лидером трансдисциплинарного тренда в образовании, выводящим его на новый, более высокий уровень познания, синтезатором идей и методов огромного научного потенциала самых разных дисциплин» (Тестов 2022).

Кроме глубоких историко-культурных корней, математика и физика имеют и гуманитарный потенциал, который задается знаниями гуманитарного типа, входящими в состав обеих наук. К ним можно отнести общенаучные знания и методологию естествознания, на основе которой формируется естественно-научная картина мира.

Общенаучными знаниями считаются философские категории (материя, движение, пространство, время), законы диалектики (единства и борьбы противоположностей, переход количества в качество, отрицание отрицания), всеобщие методологические знания (знания о знаниях, об их структуре, о методах познания и преобразования природы). Философия, математика, физика изучают понятия «движение», «пространство», «время», но каждое из них исследует только свои отдельные аспекты и характеристики. Синтез этих знаний дает более целостное представление о предмете.

Основой методологии естествознания являются методологические принципы — симметрии, относительности, простоты, дополнительности, соответствия, вероятности и др. Методологические принципы играют важную роль в физике, химии и других науках, а симметрия пространства-времени носит всеобщий характер. Симметрия, связанная с кристаллической структурой вещества, отражает характер химических связей в решетках (ионная, ковалентная, металлическая) и физические свойства вещества (сжимаемость, температура плавления и т. д.). Свойства симметрии природы выражаются в неизменности вида физических законов при некоторых преобразованиях (инвариантность). Согласно теореме Нётер каждой непрерывной симметрии физической

системы соответствует определенный закон сохранения:

- из однородности пространства (инвариантность физических законов по отношению к пространственным переносам) следует закон сохранения импульса;
- изотропность пространства (физическая эквивалентность направлений в пространстве) влечет за собой закон сохранения энергии;
- однородности времени (инвариантность физических законов по отношению к переносам во времени) соответствует закон сохранения энергии и т. д.

Значимость принципа симметрии для физического и математического образования определяется его положением в иерархии познания в целом. Он задает наибольшую степень обобщения, которая позволяет ориентироваться в самом широком спектре явлений и ситуаций. Симметрия позволяет найти и выделить общее в многообразии наблюдаемых явлений и объектов, но при этом ограничивает число возможных структур и вариантов поведения систем (Тарасов 2005).

Для физического и математического образования существенное значение имеет принцип фундаментальности, на котором основаны отбор и конструирование их содержания. Он проявляется в построении обучения на основе фундаментальных понятий, категорий, законов математики и физики, математического и физического языка и символики. Такими фундаментальными понятиями в математике являются функция, число, множество, ряд и т. д. в их взаимосвязи. Фундаментальными понятиями физики являются масса, энергия, заряд, сила, импульс и др., а фундаментальными законами — законы сохранения. Специфические различия физики и математики проявляются на уровне фундаментальных знаний. Так, например, математика изучает функциональную зависимость, а физика использует ее для аналитической записи своих законов. Это позволяет наполнить абстрактную математическую формулу конкретным содержанием.

Большое значение соотношению физики и математики в обучении придавал академик РАО А. С. Кондратьев, доктор физико-математических наук, автор многих учебных пособий по физике для школьников (Бутиков, Кондратьев 2000; Бутиков и др. 1989), указывая, что это соотношение гораздо более сложное, чем может показаться на первый взгляд, и в нем можно выделить *гносеологический, психологический, дидактический и методический аспекты*. Разделяя его взгляды, остановимся на этих аспектах более подробно.

Гносеологический аспект

Гносеологические вопросы взаимоотношения физики и математики вытекают из самой сути научного познания мира этими науками. Как уже отмечалось выше, математика предоставляет физике тот язык, на котором можно задавать вопросы природе и получать на них ответ — без математики нет физики. Но этот язык имеет свои особенности.

Любая развитая математическая схема может соответствовать только какому-то определенному уровню знаний о физическом мире. Математика, отражая определенные стороны действительного мира («пространственные формы и количественные отношения»), опирается на вполне реальные материальные основы. Но изучение окружающего мира математическими средствами принимает предельно абстрактную форму. Это позволяет применять математику к самым разным объектам природы и общества. При этом аксиомы, положенные в основу теоретических построений и являющиеся обобщением опыта, не всегда свободны от ошибок, но теоретические выводы при этом могут подтверждаться экспериментально.

История науки показывает, что в силу бесконечного многообразия свойств окружающего мира любая, даже самая абстрактная математическая схема или конструкция рано или поздно находит адекватное применение в каком-либо разделе физики. Как писал М. Клайн, природа не предписывает и не за-

прещает никаких математических теорий. При этом математический аппарат нередко гораздо лучше выдерживает испытание временем, нежели те физические представления, которые он изначально выражал. Так, например, Ж. Фурье (1768–1830) «разработал полную и подробную математическую теорию теплопроводности (получившую название калорической теории теплоты), в которой теплота рассматривалась как некий флюид. Калорическая теория давно отброшена и забыта. ... Но предложенный Фурье математический аппарат и поныне находит широкое применение в акустике и других областях физики» (Клайн 1988, 229).

Вместе с тем любое нетривиальное математическое уравнение в физике всегда содержит больше, чем в него было заложено при выводе. И задача исследователя-физика как раз и состоит в том, чтобы увидеть это большее и понять, что оно означает. Г. Герцу принадлежит замечательное высказывание, отражающее его восхищение уравнениями Максвелла: «Трудно отделаться от ощущения, что эти математические формулы существуют независимо от нас и обладают своим собственным разумом, что они умнее нас, умнее тех, кто открыл их, что мы извлекаем из них больше, чем было в них первоначально заложено» (Клайн 1988, 164). Сам Максвелл очень хорошо осознавал чисто математический характер своей теории электромагнитного поля, однако все его попытки объяснить ее на основе интуитивных представлений оказались безуспешными. «На примере теории электромагнитного поля Максвелла мы сталкиваемся с поразительным фактом: одно из величайших достижений физической теории оказывается почти целиком математическим. Некоторые формальные выводы этой теории, такие как индукция тока в проводниках или прием сигнала за тысячи километров от источника, подтверждаются нашим чувственным опытом, но суть теории сама по себе остается чисто математической» (Клайн 1988, 166).

Тем не менее содержание и смысл физических законов не сводится к математиче-

ским формулировкам, поскольку они могут и не раскрывать всей глубины физического содержания. Например, математическое описание физического закона никогда не содержит границ его применимости, которые устанавливаются независимым путем из физических соображений. Поэтому главное в физике не формулы, а их интерпретация и понимание, поскольку именно оно питает интуицию.

Понимание своим происхождением обязано не чувственному восприятию, а мышлению. Философский анализ проблемы понимания ориентирован на нормы познания, принятые в естественных науках, в том числе и в физике. «В отличие от знания понимание целно, оно понимает отдельные явления в их взаимной связи, понимает целое, части которого составляют эти явления. Ни существование молекул, ни их движение недоступны для органов чувств, и руководствуясь только ими, человек никогда не открыл бы этого недостающего звена между двумя явлениями и никогда не понял бы их» (В. В. Розанов) (Ларченкова 2013b, 87).

Как неоднократно отмечал А. С. Кондратьев, высшая степень физического понимания характеризуется способностью предсказывать характер изучаемых процессов на основе качественных рассуждений без решения сложных уравнений (Кондратьев, Ситнова 2007).

Из этого следует важный вывод: реализация междисциплинарного подхода при изучении физики и математики гносеологически строится на соотношении установленных количественных законов природы и их качественной интерпретации, при этом главной задачей и критерием качества обучения должно стать физическое понимание.

Психологический аспект

Психологическая сторона проблемы междисциплинарности связана прежде всего с двумя ключевыми аспектами — с особенностями мышления, необходимого для той или иной области знания, и с особенностями восприятия обучающимися разного вида

информации, характерной для каждой из дисциплин.

Несмотря на то что мышление человека едино и представляет собой универсальный процесс, механизмы которого объясняются методологией познания, его применение в разных областях деятельности накладывает свой отпечаток (Усольцев, Шамало 2014). Специфика мышления, обслуживающего ту или иную деятельность и обеспечивающего ее успешность, часто рассматривается как отдельный вид мышления. Так, разные специалисты выделяют огромное количество различных «мышлений», проявляющихся в различных сферах: художественное, творческое, инженерное, инновационное, математическое, физическое, гуманитарное и пр. В контексте нашей работы остановимся на специфике физического и математического мышления.

Физик, понимая, как много параметров приходится отбрасывать при построении математической модели явления, как правило, пренебрегает «строгими» рассуждениями и доказательствами. Достаточно, если проведенные расчеты согласуются с «физической» интуицией и результатами эксперимента. Математик основное внимание уделяет формальным вычислениям, базирующимся на абстрактных теоретических представлениях, поэтому он часто испытывает трудности в описании реального явления, если ему неясна математическая постановка проблемы (Галкин 2016). Принципиальными особенностями математического мышления является высокий уровень абстрактности, аксиоматизации, безукоризненная логика в построении рассуждений, скрупулезная точность символики.

С точки зрения А. С. Кондратьева, «важнейшей особенностью физического мышления является его парадоксальность, которая проявляется в умении, с одной стороны, «на пальцах», т. е. практически без использования серьезных математических средств получить качественную картину изучаемого явления, а с другой — в умении применить самые совершенные, «рафинированные» ма-

тематические методы для создания полной количественной картины, получая при этом истинное удовольствие как от использования качественных методов («все понимаю без всякой математики»), так и от исключительно сложных и громоздких преобразований в случае их необходимости» (Кондратьев, Ситнова 2007).

Важным отличием математического и физического мышления можно считать соотношение интуитивных и логических компонентов при построении рассуждений. В математике они всегда четко разграничены: сначала формулируются определения и аксиомы, после чего следует строгое логическое доказательство новых теорем. В физике же сразу встает вопрос о соответствии математических образов реальным объектам. Кроме того, бывают ситуации, когда интуитивные элементы привлекаются по ходу логического доказательства, прерывая его. В обучении физике это учитывать особенно важно (Кондратьев и др. 2016). Полноценное сбалансированное развитие мышления учащихся подразумевает органичное сочетание логических и интуитивных компонентов, которые только в своей совокупности обеспечивают возможность осуществления успешной творческой, в частности исследовательской, деятельности.

В процессе научного исследования, получения нового знания, логические и интуитивные процессы не осознаются, анализ их соотношения, как правило, проводится уже «потом», после того как это знание получено. При обучении же преподавателю необходимо «здесь и сейчас» совершенно четко понимать, к каким элементам мышления учащихся — интуитивным или логическим — он апеллирует при проведении тех или иных учебных действий и насколько они подготовлены к восприятию изучаемого материала. Пренебрежение этим осознанием активизирует значительное количество познавательных затруднений обучающихся. Так, например, в статье А. С. Кондратьевой, Л. А. Ларченковой и Т. С. Новиковой (Кондратьев и др. 2016) этот процесс под-

робно анализируется на примере формирования понятия «температура». «Сам выбор основного экспериментального факта, который принимается за фундаментальный, и на анализе которого проводятся теоретические построения, производится на основе интуитивных представлений. Но успех в развитии теории определяется как удачностью этого выбора, так и качеством дальнейшего логического исследования проблемы» (Кондратьев и др. 2016).

Еще одна проблема обучения связана с тем, что всем людям свойственны «индивидуально-своеобразные способы изучения реальности», которые определяются когнитивными стилями, свойственными ученику и влияют на выбор учениками приоритетного способа представления (кодирования) информации (Подходова и др. 2020). Так, одни учащиеся быстрее и легче обобщают материал, представленный в виде символов и знаков (формулы, условные обозначения, графы, схемы), другие — легче усваивают материал, представленный в визуальном виде (рисунки, геометрические фигуры, графики, схемы); третьи — свободнее оперируют словесным материалом. Информация, преподносимая только в одной форме представления, может не совпадать с презентативной системой восприятия ученика, и тогда она воспринимается недостаточно полно и хуже усваивается, не позволяя ученику показывать свои максимальные результаты.

И хотя Джеймс К. Максвелл утверждал, что нет лучшего метода сообщения уму знаний, чем метод преподнесения их в возможно более разнообразных формах, наши исследования (Снегурова и др. 2021) показали, что учет стилевых особенностей учащихся для повышения успешности обучения как математике, так и физике необходим, хотя бы на этапе представления информации и первичного знакомства с заданиями. Но в случае физики этот учет затруднен спецификой построения учебных заданий по физике: в большинстве из них сразу используется два и более способа представления информации, и они сразу ориентированы на умение «пере-

кодировать» информацию из одного вида в другой.

Так, например, при решении задачи по физике учащимся сразу рекомендуется прочитать условие вслух (вербальное представление), записать краткое условие (аналитическое представление), «сделать рисунок» (образно-графическое представление), сообразить, какими законами можно описать явление или объект, фигурирующий в задаче (вербальное представление), записать соответствующие формулы (аналитическое представление).

Дидактический аспект

К. Д. Ушинский, обосновывая дидактическую значимость межпредметных связей, вообще рассматривал их как часть более общей проблемы — системности обучения, поэтому педагогической основой междисциплинарности можно считать дидактические принципы. Для физико-математической междисциплинарности особо важное значение имеют фундаментальные принципы дидактики: научности, доступности, систематичности и последовательности, наглядности.

Реализация принципа доступности в обучении физике обязательно требует поиска математических средств, адекватных познавательным возможностям обучающихся и обеспечивающих необходимый уровень научности описания физических явлений. А такая особенность математического аппарата, как универсальность (одна математическая модель может описывать разные физические явления), дает возможность рассматривать физическую ситуацию в целом, осуществлять общий подход к объяснению и обосновывать единство физических законов, определяя место каждого из них в общей иерархии. К сожалению, дидактические возможности, которые дают адекватный математический аппарат и универсальность математических конструкций, еще недостаточно используются в отечественной школе.

Проблема выбора математических средств при обучении физике непосредственно связана с принципом наглядности. При рассмо-

трени абстрактных вопросов современной физики и математики наглядность теряет свой обычный смысл и перестает быть связанной только с визуальными образами реальных объектов. Например, уравнение гармонического колебания или вольт-амперная характеристика будут наглядными только для тех, кто ясно понимает их смысл.

В естественных науках процесс и результат понимания традиционно связывают с построением различных моделей процессов, объектов и явлений. Одна и та же математическая модель является описанием различных по природе физических (химических, биологических, социологических) понятий и процессов. Но при изучении физики это можно показать особенно выразительно. В качестве примера можно привести следующую задачу:

Пример 1

Санки массой m и длиной L скользят по гладкому льду со скоростью v . Неожиданно лед заканчивается, и санки въезжают на асфальт, после чего они останавливаются, заехав на асфальт лишь на $\frac{3}{4}$ длины. Коэффициент трения санок об асфальт равен μ . Найти время торможения санок.

Записав выражение для второго закона Ньютона в проекции на горизонтальную ось, вдоль которой двигались санки, получим, что причиной торможения является сила трения скольжения, которая возникает при движении по асфальту:

$$ma_x = -f_{\text{тр}} .$$

Учитывая, что в процессе движения санок по асфальту сила трения будет меняться по линейному закону, поскольку она действует только на ту часть санок, которая уже находится на асфальте, получим дифференциальное уравнение:

$$ma_x = -\mu \frac{m}{L} x , \quad (1)$$

где x — координата «носа» санок (см. рис. 2), а $a_x = \ddot{x}$.

Для ответа на вопрос задачи нет необходимости решать дифференциальное уравнение (1), достаточно сравнить его с математической моделью гармонического колебания

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \quad (2)$$

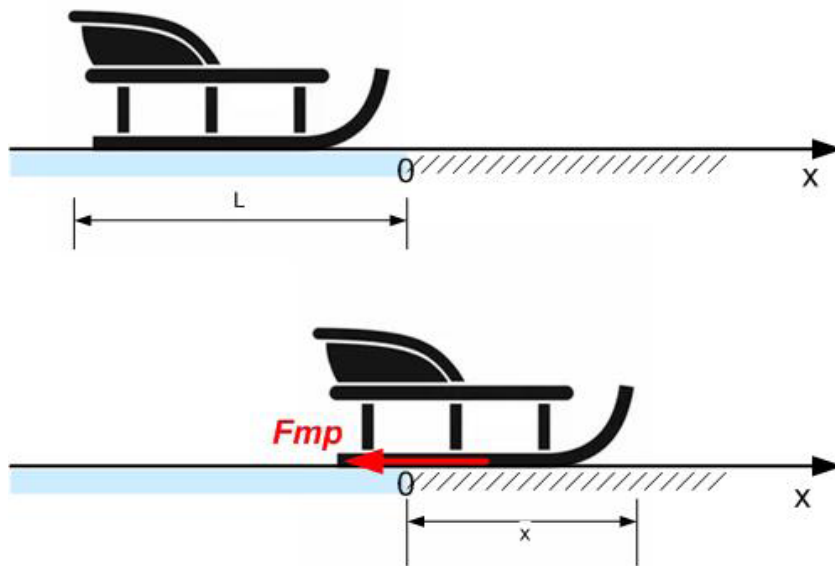


Рис. 2. Иллюстрация к решению задачи
 Fig. 2. Illustration to a solution of afor solving the problem

и вспомнить физический факт о том, что при гармоническом колебании в механических системах скорость изменяется от максимального значения до нуля за $\frac{1}{4}$ периода. Нетрудно видеть, что выражение (1) соответствует выражению (2), откуда следует для данного случая

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}}.$$

Таким образом, искомое время можно найти через период гармонического колебания:

$$t = \frac{1}{4}T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{\mu g}}.$$

Несмотря на то что санки никаких колебаний не совершают, а двигаются замедленно до полной остановки, представления об универсальности математической модели позволяют получить ответ на вопрос с минимальными математическими выкладками.

Методический аспект

Методический аспект физико-математической междисциплинарности проявляется при реализации в процессе обучения ее содержательного компонента — межпредметных связей. При обучении физике о межпредметных связях физики и математики чаще всего упоминают в контексте тех математических затруднений, которые испытывают учащиеся при решении задач и обработке результатов эксперимента (Ларченкова 2013а).

Учителя физики часто отмечают оторванность школьного курса математики от потребностей обучения физике. Это можно наблюдать в выборе учебного материала и определении последовательности его изучения, в трактовках основных понятий, в постановках учебных задач. Имеет место также временное несогласование прохождения программ по физике и математике, когда новые математические понятия используются на уроках физики раньше, чем изучаются на математике: алгебраические дроби,

векторы и действия с ними, радианная мера углов, тригонометрические функции и др. В школьной практике можно также встретить различные трактовки и обозначения одних и тех же терминов, некорректное заимствование термина из другого предмета (собственная скорость).

При всей справедливости таких примеров, они демонстрируют только «одну сторону медали», поскольку немало проблем связано и с тем, что учителя физики не в полной мере задействуют математические возможности, которые предоставляет школьный курс математики. Так, например, при изучении кинематики крайне редко используется такой прием, как построение геометрических образов векторных уравнений $\vec{S}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$, $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g} t$, анализ которых во многих случаях значительно упрощает нахождение ответа на поставленный вопрос.

На основе предложений авторов работы (Далингер 2016) можно выделить несколько видов межпредметных связей, свойственных физике и математике:

- 1) языковые, которые связаны с использованием понятий и терминов, которые относятся к другой науке (вектор, площадь, скорость, сила, объем, координата и др.);
- 2) теоретические, для которых характерным является использование отдельных правил, теорем, аксиом, которые относятся к другой науке. В средней школе в обучении физике помимо традиционно используемых алгебраических преобразований нашли широкое применение многие другие математические сведения (свойства геометрических фигур, признаки подобия треугольников, тригонометрические соотношения, квадратные уравнения, логарифмы и др.). Выразительным примером является теория комплексных чисел. Гармонические колебания, в том числе и в цепях переменного тока, строго описываются с помощью дифференциальных уравнений, что невозможно делать в средней школе. Однако использование комплексных чисел

в сочетании с векторными диаграммами позволяет записывать и применять закон Ома для цепей переменного тока наиболее простым образом, по аналогии с законом Ома, для однородного участка цепи. В настоящее время комплексные числа не изучаются в школьном курсе математики, что существенно сужает возможности математического описания физических явлений на профильном уровне. Сложнее понять, каким образом в изучении математики могут быть использованы физические законы, поэтому при изучении математики ресурсы физики используются гораздо реже, и то чаще всего в иллюстративном плане. Между тем существует ряд вопросов, в которых физические представления могут оказать существенную помощь в освоении математики (например, сюжетные задачи на движение двух тел, приближенные вычисления и округления, измерения и погрешности, реальный смысл чисел «е» и «π», и др.);

- 3) информационные — чаще всего это демонстрация примеров, иллюстрирующих практическую значимость одной науки в рамках другой. Очевидно, что при обучении математике целесообразно систематически обращаться к физической интерпретации математических объектов. Однако за исключением интерпретации производной как скорости, а второй производной как ускорения в общеобразовательной школе других приложений почти не рассматривают, хотя их гораздо больше, например математическая форма и графическое представление физических законов как функциональной зависимости (зависимость координаты от времени при равномерном прямолинейном движении $x = x_0 + v_x t$ — линейная; зависимость потенциала точечного заряда от расстояния $\varphi = k \frac{q}{r}$ — обратная пропорциональность; зависимость перемещения от времени при равноускоренном движении $S_x = v_x t + \frac{a_x t^2}{2}$ — квадратичная; за-

висимость количества нераспавшихся атомных ядер от времени в законе радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ — степенная; зависимость абсолютной звездной величины звезды от расстояния $M = m + 5 - 5 \lg r$ — логарифмическая, зависимость эдс индукции от времени, вырабатываемой генератором переменного тока, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ — синусоидальная и т. д.);

- 4) деятельностные — здесь характерным является приложение операций, методов и приемов одного предмета на поле другого, например: составление условия задачи по виду уравнения; устный счет и оценочные вычисления; нахождение экстремальных значений функций, описывающих физические процессы; графическое отображение функций и геометрические образы векторных выражений; анализ полученного выражения на допустимость с математической точки зрения и т. д.

Выводы, предложения

Междисциплинарное взаимодействие в школьном образовании в широком смысле и в рамках предметной организации обучения реализовать сложно, но в случае физики и математики это получается очень естественно, учитывая его *гносеологический, психологический, дидактический и методический аспекты*. В современном образовании физика и математика являются двумя ключевыми предметами, которые играют важную роль в формировании научного мышления и развитии аналитических навыков у учащихся. Однако несмотря на их взаимосвязь и взаимозависимость, существуют проблемы их отражения и использования в школьном обучении. Подводя итоги анализа, можно выделить ресурсы для их решения, задействованные не в полной мере:

- 1) недостаточное использование ресурсов смежного предмета, т. е. в практике обучения не используем даже то, что уже

- имеем (геометрические методы, логические рассуждения, задания на доказательство, устный счет — оценочные вычисления);
- 2) согласование учебных программ физики и математики по содержанию и времени изучения тех или иных тем;
 - 3) необходимость создания дополнительных выразительных материалов и средств (учебники, интерактивные задачи, видеоуроки и другие образовательные материалы), которые помогут учащимся более ярко увидеть взаимосвязь между физикой и математикой;
 - 4) учет специфики понятий и их формирования. Учителю смежного предмета необходимо не только знать содержание своего предмета-партнера, но и хотя бы в общих чертах иметь представление о методике его преподавания и особенностях употребления общих понятий и методов;
 - 5) подготовка учителя. Практика показывает, что учителя часто не имеют достаточного опыта и знаний, чтобы эффективно объединить физику и математику в своем преподавании. Однако в современных условиях многие учителя, демонстрирующие высокие результаты, совмещают преподавание физики и математики вне связи со своей базовой специальностью. В идеале уже изначально в подготовке учителя и физики, и математики эти две области должны быть очень сбалансированными, и, может быть, есть смысл вернуться к практике подготовки учителей «физики и математики».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Арнольд, В. И. (1998) О преподавании математики. *Успехи математических наук*, т. 53, № 1 (319), с. 229–236.
- Бутиков, Е. И., Быков, А. А., Кондратьев, А. С. (1989) *Физика в примерах и задачах*. 3-е изд. М.: Наука, 464 с.
- Бутиков, Е. И., Кондратьев, А. С. (2000) *Физика: в 3 кн.* М.; СПб.: Физматлит.
- Бушковская, Е. А. (2010) Феномен междисциплинарности в зарубежных исследованиях. *Вестник Томского государственного университета*, № 330, с. 152–155.
- Галкин, В. М. (2016) Математик изучает физику. *Труды НГТУ им. Р. Е. Алексеева*, № 3 (114), с. 16–19.
- Далингер, В. А. (2016) Математизация естественнонаучных дисциплин — основа их интеграции. *Научный альманах*, № 5-2 (19), с. 112–118. <https://doi.org/10.17117/na.2016.05.02.112>
- Калина, И. И. (2022) Междисциплинарность: учителям легче, ученикам полезнее. *Ярославский педагогический вестник*, № 5 (128), с. 8–17. <https://doi.org/10.20323/1813-145X-2022-5-128-8-17>
- Клайн, М. (1988) *Математика. Поиск истины*. М.: Мир, 295 с.
- Кондратьев, А. С., Прияткин, Н. А. (2006) *Современные технологии обучения физике*. СПб.: Изд-во СПбГУ, 341 с.
- Кондратьев, А. С., Ситнова, Е. В. (2007) *Парадоксальность физического мышления*. СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 279 с.
- Кондратьев, А. С., Ларченкова, Л. А., Новикова, Т. С. (2016) Логические и интуитивные аспекты формирования понятия «температура». *Физическое образование в вузах*, т. 22, № 1, с. 85–96.
- Ларченкова, Л. А. (2013а) Психолого-познавательные затруднения учащихся: кто виноват и что делать? *Физика в школе*, № 7, с. 51–56.
- Ларченкова, Л. А. (2013б) *Физические задачи как средство достижения целей физического образования в средней школе*. СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 159 с.
- Овчаров, А. В. (2019) Межпредметные связи математики и физики в их историческом развитии. *Наука и школа*, № 2, с. 103–109.
- Подходова, Н. С., Орлова, А. В., Снегурова, В. И. (2020) Стилиевые особенности учащихся как одно из оснований конструирования адаптивных тестов по математике. *Письма в Эмиссия. Оффлайн*, № 10, статья 2877.

Порус, В. Н. (2013) «Междисциплинарность» как тема философии науки. *Эпистемология и философия науки*, т. XXXVIII, № 4, с. 5–13.

Снегурова, В. И., Подходова, Н. С., Готская, И. Б. и др. (2021) *Электронная система адаптивного тестирования образовательных результатов по математике, информатике и предметам естественно-научного цикла на основе когнитивных особенностей обучающихся*. СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 112 с.

Тарасова, О. В. (2021) Методические истоки междисциплинарности в школьном курсе математики. *Continuum. Математика. Информатика. Образование*, № 1 (21), с. 48–57. <https://doi.org/10.24888/2500-1957-2021-1-48-57>

Тарасов, Л. В. (2005) *Симметрия в окружающем мире*. М.: Ониск 21 век, 256 с.

Тестов, В. А. (2022) Решение задач как основное средство развития математического мышления. *Математический вестник Вятского государственного университета*, № 1 (24), с. 57–61.

Усольцев, А. П., Шамало, Т. Н. (2014) Понятие инновационного мышления. *Педагогическое образование в России*, № 1, с. 94–98.

REFERENCES

Arnol'd, V. I. (1998) О преподавании математики. *Uspekhi matematicheskikh nauk*, т. 53, № 1 (319), с. 229–236.

Butikov, E. I., Bykov, A. A., Kondrat'ev, A. S. (1989) *Fizika v primerakh i zadachakh*. 3-e izd. М.: Nauka, 464 s.

Butikov, E. I., Kondrat'ev, A. S. (2000) *Fizika: v 3 kn.* М.; SPb.: Fizmatlit.

Bushkovskaya, E. A. (2010) Fenomen mezhdistsiplinarnosti v zarubezhnykh issledovaniyakh. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta*, № 330, s. 152–155.

Galkin, V. M. (2016) Matematik izuchaet fiziku. *Trudy NGTU im. R. E. Alekseeva*, № 3 (114), s. 16–19.

Dalinger, V. A. (2016) Matematizatsiya estestvennonauchnykh distsiplin — osnova ikh integratsii. *Nauchnyj al'manakh*, № 5-2 (19), s. 112–118. <https://doi.org/10.17117/na.2016.05.02.112>

Kalina, I. I. (2022) Mezhdistsiplinarnost': uchitelyam legche, uchenikam poleznee. *Yaroslavskij pedagogicheskij vestnik*, № 5 (128), s. 8–17. <https://doi.org/10.20323/1813-145X-2022-5-128-8-17>

Klajn, M. (1988) *Matematika. Poisk istiny*. М.: Mir, 295 s.

Kondrat'ev, A. S., Priyatkin, N. A. (2006) *Sovremennyye tekhnologii obucheniya fizike*. SPb.: Izd-vo SPbGU, 341 s.

Kondrat'ev, A. S., Sitnova, E. V. (2007) *Paradoksal'nost' fizicheskogo myshleniya*. SPb.: Izd-vo RGPU im. A. I. Gertsena, 279 s.

Kondrat'ev, A. S., Larchenkova, L. A., Novikova, T. S. (2016) Logicheskie i intuitivnye aspekty formirovaniya ponyatiya “temperature”. *Fizicheskoe obrazovanie v vuzakh*, т. 22, № 1, s. 85–96.

Larchenkova, L. A. (2013a) Psikhologo-poznavatel'nye zatrudneniya uchashchikhsya: kto vinovat i chto delat'? *Fizika v shkole*, № 7, s. 51–56.

Larchenkova, L. A. (2013b) *Fizicheskie zadachi kak sredstvo dostizheniya tselej fizicheskogo obrazovaniya v srednej shkole*. SPb.: Izd-vo RGPU im. A. I. Gertsena, 159 s.

Ovcharov, A. V. (2019) Mezhpredmetnye svyazi matematiki i fiziki v ikh istoricheskom razvitii. *Nauka i shkola*, № 2, s. 103–109.

Podkhodova, N. S., Orlova, A. V., Snegurova, V. I. (2020) Stilevye osobennosti uchashchikhsya kak odno iz osnovanij konstruirovaniya adaptivnykh testov po matematike. *Pis'ma v Emissiya. Offlajn*, № 10, stat'ya 2877.

Porus, V. N. (2013) “Междисциплинарность” как тема философии науки. *Эпистемология и философия науки*, т. XXXVIII, № 4, с. 5–13.

Snegurova, V. I., Podkhodova, N. S., Gotskaya, I. B. i dr. (2021) *Elektronnaya sistema adaptivnogo testirovaniya obrazovatel'nykh rezul'tatov po matematike, informatike i predmetam estestvenno-nauchnogo tsikla na osnove kognitivnykh osobennostej obuchayushchikhsya*. SPb.: Izd-vo RGPU im. A. I. Gertsena, 112 s.

Tarasova, O. V. (2021) Metodicheskie istoki mezhdistsiplinarnosti v shkol'nom kurse matematiki. *Continuum. Математика. Информатика. Образование*, № 1 (21), с. 48–57. <https://doi.org/10.24888/2500-1957-2021-1-48-57>

Tarasov, L. V. (2005) *Simmetriya v okruzhayushchem mire*. М.: Ониск 21 век, 256 с.

Testov, V. A. (2022) Reshenie zadach kak osnovnoe sredstvo razvitiya matematicheskogo myshleniya. *Matematicheskij vestnik Vyatskogo gosudarstvennogo universiteta*, № 1 (24), s. 57–61.

Usol'tsev, A. P., Shamalo, T. N. (2014) Ponyatie innovatsionnogo myshleniya. *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*, № 1, s. 94–98.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛАПТЕВ Владимир Валентинович — *Vladimir V. Laptev*

Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия.

Herzen State Pedagogical University of Russia, Saint Petersburg, Russia.

SPIN-код: [4796-1561](#), Scopus AuthorID: [57193852439](#), ORCID: [0000-0003-1423-0539](#), e-mail: laptev@herzen.spb.ru

Доктор педагогических наук, академик Российской академии образования, кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения физике.

ЛАРЧЕНКОВА Людмила Анатольевна — *Liudmila A. Larchenkova*

Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия.

Herzen State Pedagogical University of Russia, Saint Petersburg, Russia.

SPIN-код: [2151-1970](#), Scopus AuthorID: [57189990157](#), ORCID: [0000-0002-5353-938X](#), e-mail: llarchenkova@herzen.spb.ru

Доктор педагогических наук, член-корреспондент Российской академии образования, заведующий кафедрой методики обучения физике.

СНЕГУРОВА Виктория Игоревна — *Viktorija I. Snegurova*

Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Санкт-Петербург, Россия.

Herzen State Pedagogical University of Russia, Saint Petersburg, Russia.

SPIN-код: [2080-7474](#), Scopus AuthorID: [57221815913](#), ORCID: [0000-0001-7349-6578](#), e-mail: snegurovavi@herzen.spb.ru

Доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математики и информатики, проректор по образовательной деятельности.

Поступила в редакцию: 24 января 2024.

Прошла рецензирование: 15 февраля 2024.

Принята к печати: 4 марта 2024.