

## ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ, ЗАВИСИМОСТЕЙ И ОТНОШЕНИЙ ВЕЛИЧИН В СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧАХ НА ДВИЖЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

*Работа представлена кафедрой теории и методики обучения математике  
Арзамасского государственного педагогического института им. А. П. Гайдара.  
Научный руководитель – доктор педагогических наук, профессор М. И. Зайкин*

В статье раскрывается значение образной базы в решении сюжетной задачи. Выделяются и описываются различные виды визуализаций, способствующих обогащению образной базы. Определяется роль и место визуализаций в структуре процесса решения сюжетных задач на движение. Характеризуется эвристическая направленность визуализационных процессов в решении задач.

**Ключевые слова:** Визуализации. Сюжетная задача. Скорость. Движение. Математика.

The author of the article reveals the value of a figurative base in solving a plot problem. Various kinds of visualisation promoting enrichment of a figurative base are distinguished and described. The role and place of visualisation in the structure of the process of solving a plot problem on movement is defined. The heuristic orientation of visualised processes in problem solving is characterised.

**Key words:** Visualisation. The plot problems. Velocity. Movement. Mathematics.

В сюжетных задачах на движение главной величиной, определяющей и тот или иной их класс, и способ решения, является скорость движения. Вообще говоря, вмес-

то одной скорости движения, определяющейся из основного отношения  $v = s/t$ , при решении сюжетных задач детям приходится иметь дело с целым спектром скоростей, а именно скоростью:

- 1) движения в стоячей воде;
- 2) движения вниз по реке;
- 3) движения вверх по реке;
- 4) сближения при движении в одном направлении вдогонку;
- 5) сближения при движении в разных направлениях навстречу друг другу;
- 6) удаления при движении в одном направлении с отставанием;
- 7) удаления при движении в разных направлениях друг от друга.

Каждая из скоростей зависит от условий, в которых осуществляется процесс движения, и от значения исходной скорости движущегося объекта (объектов). Например, скорость сближения зависит от скоростей движущихся вдогонку объектов: с увеличением скорости движения второго объекта (догоняющего) скорость сближения увеличивается; с увеличением скорости движения первого объекта (догоняемого) скорость сближения уменьшается и т. п. Эти зависимости нередко ускользают из внимания школьников, и задача остается нерешенной или выдается неправильный ответ.

Названные выше скорости находятся друг с другом в определенных отношениях, которые формулируются в виде правила, например, такого: «Чтобы найти скорость движения объекта вниз по реке, нужно скорость его движения в стоячей воде увеличить на скорость течения реки» - или задаются аналитически формулой:  $V_{уд} = V_x + V_y$ . Эти отношения также не всегда понятны детям, особенно в тех случаях, когда образная база решения сформирована недостаточно.

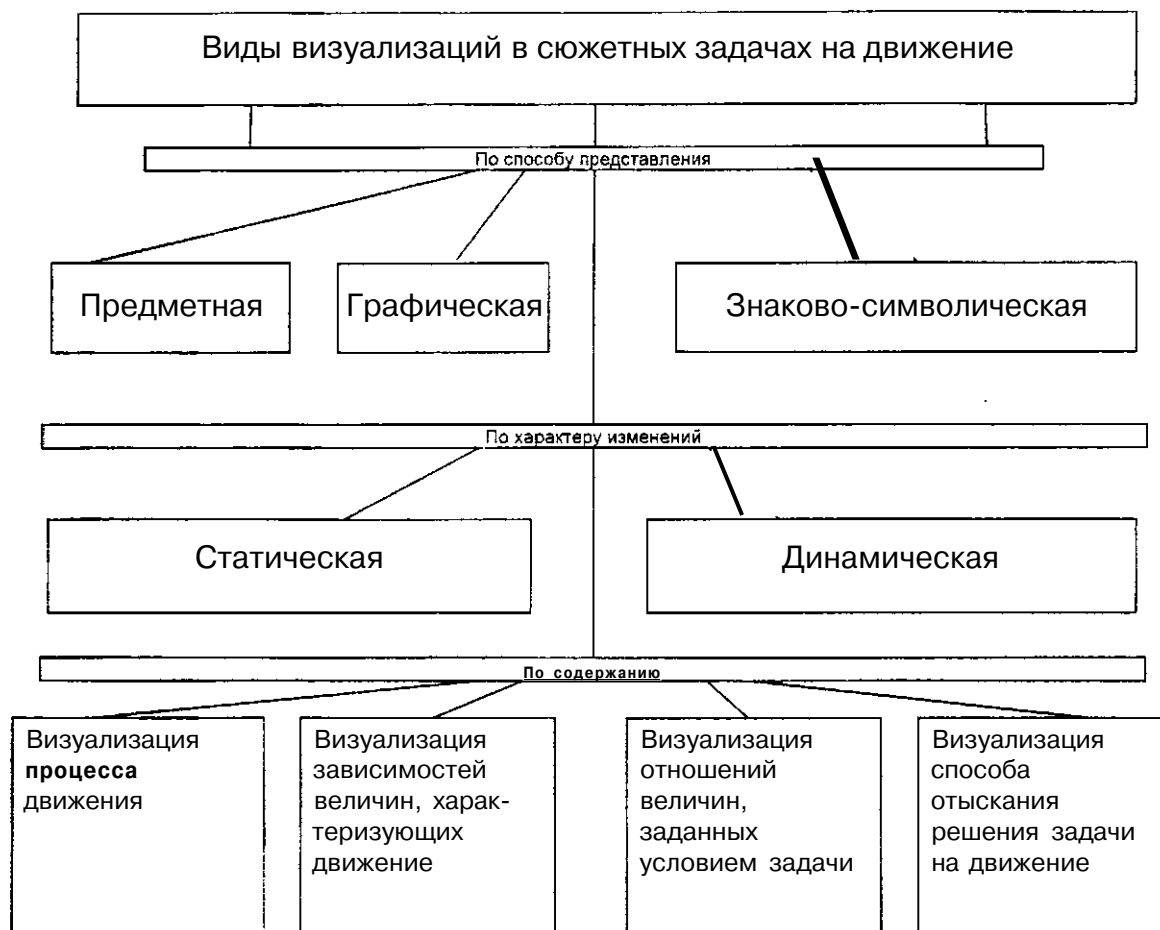
С целью облегчения восприятия и понимания учащимися процессов, зависимостей и отношений величин, фигурирующих в сюжетах задач, целесообразно осуществлять их визуализацию. Анализ психолого-

педагогической и методической литературы по математике<sup>1</sup> показывает, что всевозможные визуализации такого рода можно дифференцировать по различным основаниям: способу представления информации, характеру изменения визуализируемой информации и содержанию визуализации (см. схему 1).

Охарактеризуем подробнее виды содержательной визуализации. Визуализация процесса способствует целостности восприятия сюжета задачи, как необходимого условия для полноценного его понимания. Фактически, она обеспечивает основу *образной базы* решения такого типа задач.

Однако простого «видения» процессов, охарактеризованных в сюжетах задач, для эффективного их решения недостаточно. Так, за движущимися объектами необходимо видеть величины, характеризующие само движение. Речь идет прежде всего о триаде: длина (пройденный путь при движении), скорость движения и время движения. Нахождение способа решения сюжетной задачи практически невозможно без понимания сущности такого рода величин, их взаимосвязей друг с другом, природы этих взаимосвязей. На начальных этапах обучения, например, решению задач на движение должно стать «видимым» не только само движение как происходящий процесс, но и взаимосвязь характеризующих его величин: изменение значений одних из них от изменения значений других. Это уже другого рода визуализация, ее можно назвать визуализацией *зависимостей величин*. Главное ее дидактическое назначение заключается в обеспечении понимания существа основного отношения, в котором находятся величины, фигурирующие в задачной ситуации, что помогает учащемуся разобраться в условии задачи и удерживать в памяти суть сюжетной ситуации, а также определять *стратегию* решения сюжетной задачи. В этом видится также еще одна попытка дальнейшего расширения образной базы решения задачи.

Схема 1



Помимо процессов, описанных в сюжете, величин, характеризующих эти процессы, зависимостей величин, задающих основное отношение, в текстах сюжетных задач говорится и о других отношениях величин, без понимания которых найти решение не представляется возможным. В схематических записях условия задач зачастую делается попытка наглядного выражения этих отношений, свойственных конкретно решаемой задаче. Не случайно в этой связи многие методисты предлагают схематично изображать не только, а может быть, даже не столько условие задачи, сколько саму задачную ситуацию, ее характерные особенности, применяя при этом своеобразный аппарат: отрезки, дуги, стрелки, точки, флажки и т. п. На это, в частности, обращает внимание А. Я. Цукар<sup>2</sup>, который,

подвергая критике предлагаемые отдельными авторами «немые» схематические записи, пытается наполнить их живым содержанием, свойственным конкретной задаче и способствующим поиску способа ее решения.

Фактически речь идет о еще одном виде визуализации - визуализации *отношений величин*, описанных в сюжетах конкретных задач. Главное ее дидактическое назначение состоит в том, чтобы, отражая сюжетную специфику, проявляющуюся в отношениях величин, задействованных в процессах, определить *тактику* решения, выливающуюся в конечном счете в определенный способ решения.

В предложениях некоторых авторов просматриваются и более кардинальные решения проблемы визуализации в сюжетных задачах. Так авторами школьных

учебников математики Н. Я. Виленкиным и Л. Г. Петерсон<sup>3</sup> предлагается особый методический подход, обеспечивающий организацию активного обучения в учащихся решению сюжетных задач на движение с помощью координатного луча. Суть его состоит в том, что, особым образом визуализируя процесс движения, описанный в сюжете задачи, в точном соответствии с указанными количественными отношениями, решающий *видит* (находит) на создаваемой

графической картине и само решение задачи, и его числовое выражение.

Такого рода методики, специфическим образом синтезируя визуализацию вербальных, графических и символических характеристик сюжетных математических задач в образовательном процессе, позволяют непосредственно отыскивать *способ решения* задачи.

Сказанное выше систематизируем в табл. 1.

Таблица 1

Характеристика основных видов визуализаций в сюжетных задачах на движение

Виды визуализаций	Объект наглядного представления	Охват задач	Роль в формировании образной базы сюжета задачи	Вклад в решение задачи
Визуализация процесса движения	Изменение положения тела в среде движения	Для всего класса задач на движение	Общее представление о движении	Принятие задачи
Визуализация зависимостей величин, характеризующих движение	Изменение значений одних величин при изменении других	Для отдельных типов задач на движение	Представление о зависимостях величин, характеризующих движение	Определение стратегии решения задачи
Визуализация отношений величин, заданных условием задачи на движение	Взаимосвязь значений величин	Для любой конкретной задачи на движение	Представление о взаимосвязях величин, характеризующих движение в заданных условиях	Определение способа решения задачи
Визуализация способа отыскания решения задачи на движение	Определение значений одних величин по значениям других	Для специальных задач на движение	Представление о полной образной картине сюжета	Определение ответа на вопрос задачи

#### ПРИМЕЧАНИЕ

<sup>1</sup>Зайкин М. И., Пчелин А. В. Об изучении функциональной направленности сюжетных задач в профессиональной подготовке будущих учителей математики // Интеграционная стратегия становления профессионала в условиях многоуровневого образования: Сб. ст. Междунар. научно-практич. конф. Котлас: СПГУВК, 2007. Т.2 С. 329-339; Фридман Л. М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика: Учеб. пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. М.: Школьная пресса, 2002; Хрестоматия по методике математики: Обучение через задачи / Сост.: М. И. Зайкин, С. В. Арюткина. Арзамас: АГПИ, 2005.

<sup>2</sup>Цукарь А. Я. Схематизация и моделирование при решении текстовых задач // Математика в школе. 1998. № 5. С. 48-54.

<sup>3</sup>Виленкин Н. Я., Петерсон Л. Г. Использование координатного луча для решения задач на движение // Математика в школе. 1984. № 1. С. 39- 41.