

Е. А. Широкова

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА КАК СРЕДСТВО ПОНИМАЮЩЕГО
УСВОЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКАМИ ПОНЯТИЙ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

*Работа представлена кафедрой математического анализа
Барнаульского государственного педагогического университета.
Научный руководитель – доктор педагогических наук, доцент Э. К. Брейтигам*

В статье анализируется проблема организации «понимающего» усвоения математики учащимися. Одним из методических условий, способствующих пониманию математических понятий, является формирование наглядных динамических образов изучаемых понятий. Средством формирования таких образов выступают лабораторные работы с использованием информационных технологий.

Ключевые слова: понимание, наглядные динамические образы, лабораторная работа, методика.

The article deals with the issue of mathematics understanding learning organisation by schoolchildren. One of the methodical conditions that contribute to mathematics understanding learning is formation of visual dynamic images of the studied notions. A means of formation of these images is laboratory work with use of computer technologies.

Key words: understanding, visual dynamic images, laboratory work, methods.

В контексте обучения старшеклассников математике актуальным становится направление организации «понимающего» усвоения учащимися учебного материала. Вместе с овладением конкретными математическими знаниями целью обучения математики в школе является формирование представлений об идеях и методах математики как форме описания и познания действительности. Это значит, что при изучении математики важны как алгоритмические умения решения задач, так и формирование математических понятий.

А. В. Усова¹ *сущность процесса усвоения понятий* видит в усвоении *содержания* (существенных признаков) понятия, его *объема* (совокупности объектов, охватываемых понятием), существенных *связей и отношений* данного понятия с другими понятиями системы. Процесс усвоения понятий является особым видом деятельности ученика, направленной на превращение объективного содержания изучаемого понятия в содержание личности. При этом учителю необходимо добиваться не формального заучивания определений математических понятий, а их понимания.

Мы придерживаемся трактовки термина «понимание» применительно к учебному процессу, принятой в работах А. А. Брудного², и рассматриваем *понимание* как постижение смысла и значения понятия, что связано не только с выделением содержательных взаимосвязей, но и с установлением их иерархии, значимости, включением в систему личностного опыта, в структуру более высокого порядка.

Проанализировав различные точки зрения философов, психологов и педагогов по поводу категории «смысл», для обеспечения

понимающего усвоения математики целесообразно учитывать установленные Э. К. Брейтигам³ три аспекта. Первый – *логико-семиотический*, в соответствии с которым «смысл» есть содержание знакового выражения. Вторым *структурно-предметный*: «смысл» – система содержательных связей элементов структуры, позволяющая соотносить содержание каждого отдельного свойства с целостностью. Третий – *личный*, отражающий субъективно устанавливаемые и личностно переживаемые связи между людьми, предметами и явлениями, окружающими человека в пространстве и времени, в частности, при изучении математики.

Постижение смысла и значения понятия в этом контексте обеспечивается формированием соответствующего *наглядного динамического образа*, адекватного сущности познаваемого понятия. Под наглядностью образа подразумевается визуализированное представление некоторого понятия в виде обобщенных иллюстраций, обнажающих его существенные свойства. Динамичность формируемого образа понимается нами в трех аспектах: 1) развитие и усложнение образа понятия по мере нарастания уровня строгости в изложении понятия (например, при переходе от средней ступени образования к высшей); 2) конкретизация (уточнение и изменение) образа некоторого понятия в связи с увеличением объема понятия; 3) представление изучаемых понятий анализа в виде движущейся (анимационной) модели, наглядно демонстрирующей идею движения, что продиктовано особенностями самих понятий.

Поясним выделенные аспекты динамичности образа на примере понятия предела

функции в точке. В школе мы формируем образ данного понятия на иллюстративном уровне. Смысловая составляющая (структурно-предметный аспект) рассматриваемого понятия – идея изменения, стремления, близости, которая нашла отражение в следующих анимационных моделях. По графику некоторой функции к прямой $x = a$ с двух сторон одновременно двигаются точки, выделенные ярким цветом. Достигнув указанную прямую, движущиеся точки могут «приехать» либо в одну точку, либо в разные места в зависимости от поведения функции в точке с абсциссой $x = a$. Тогда в первом случае предел функции в данной точке существует и равен ординате этой точки, а во втором случае – не существует. Конкретизация данного образа в школе происходит при изучении односторонних и бесконечных пределов. Далее образ, сформированный в школе, трансформируется при изучении курса высшей математики в университете, где рассматриваемое понятие изучается на более высоком уровне строгости изложения материала.

Понятие, усвоенное человеком, становится образом, но образом особым: абстрактным и обобщенным. Построению наглядных динамических образов способствуют иллюстрации, т. е. наглядные средства обучения. Не существует абсолютно не наглядных теорий, но существуют теории различной степени наглядности, в зависимости от их абстрагированности и отдаленности от непосредственно воспринимаемой области действительности. Математика изучает мир с точки зрения моделей. Это главным образом идеальные модели: знаково-символические (формулы, уравнения и т. д.) и образные (рисунки, чертежи, графики и т. д.).

Целесообразность усиления роли наглядности и визуализации процесса обучения математике доказана М. И. Башмаковым, В. А. Далингером, Н. А. Резник, Л. М. Фридманом и др. Так, М. И. Башмаков, Н. А. Резник⁴ утверждают, что обуче-

ние различным предметам в школе связано со специфической материализацией изучаемых объектов, операций над ними и их взаимосвязей. Подобная знаковая визуализация содержания учебного материала позволяет организовывать, направлять зрительное восприятие ученика.

Усиление роли наглядности для достижения большей эффективности учебного процесса в контексте понимающего усвоения математики находит свое подтверждение в концепции характера процесса мышления, выдвинутой Н. М. Амосовым⁵. Согласно данной концепции, мозг человека перерабатывает информацию этажной системой кодов, которые по отношению друг к другу не только находятся в субординации, но и обладают известной функциональной самостоятельностью: код знаков → код слов → код фраз → код смысла. В процессе мышления значительный объем информации перерабатывается и усиливается именно на нижних этажах кодовой системы, независимо от словесных уровней.

От удачного информационного оформления мысли на нижних уровнях зависит скорость «подъема мысли» по лестнице кодов, т. е. успешность обучения в целом, прочность запоминания материала и понимающее усвоение материала.

Формирование наглядного динамического образа есть активный целенаправленный процесс, решение определенной познавательной задачи. Этот процесс определяется как раскрывающимся чувственными данными объекта, так и логически упорядоченным строем нашего знания. В зависимости от стоящей перед субъектом задачи происходят структурирование и упорядочение информации при создании образа. Специфика предмета, безусловно, должна быть учтена в процессе формирования образа понятий.

Математический анализ возник и используется как средство для описания физической картины мира, процессов движения макротел, их взаимодействия, а так-

же произвольных процессов изменения, развития.

Согласно вышеизложенным аспектам необходимыми условиями понимающего усвоения учащимися понятий математического анализа являются: 1) *визуализация идеи движения*, заключающейся в содержании этих понятий; 2) использование *различных форм представления* знаний; 3) *целостное восприятие* учебного материала, что способствует становлению различных аспектов категории смысл изучаемых понятий; 4) *формирование наглядных динамических образов* понятий. Для реализации данных условий в учебном процессе целесообразно использование информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) как инструмента визуализации изучаемых понятий. С помощью средств ИКТ можно создавать анимационные модели, демонстрирующие идею движения, заложенную в понятиях начал анализа. Но одна и та же визуальная модель, рисунок может нести для разных людей различную смысловую нагрузку. Следовательно, очевидна необходимость организации специальной деятельности учащихся не только по созданию наглядных динамических образов, адекватных содержанию абстрактных математических понятий, но и по трансляции тех смыслов и значений, которым принадлежит ведущая роль в этом образе, наполнению формируемых наглядных образов содержанием, определенным значением (смыслом). Для этого необходима разработка путей специальной организации внешнего плана учебной деятельности, которые бы позволяли управлять процессом становления понятий у учащихся, придавая ему нужный, в том числе и смысловой, аспект (направление).

Мы полагаем, что средством организации понимающего усвоения, способствующим целенаправленному формированию у старшеклассников наглядных динамических образов понятий начал анализа, являются лабораторные работы. Являясь одной из форм организации самостоятельной дея-

тельности учащихся, лабораторные работы помогают ученикам работать над выявлением существенных свойств изучаемых понятий, что способствует постижению структурно-предметного аспекта понятия и формированию наглядного динамического образа понятия, отражающего его содержание, а также включает изучаемое понятие в субъективный опыт ученика (реализация личностного аспекта категории «смысл»), что способствует управлению процессом становления изучаемого понятия.

Таким образом, *лабораторные работы по математике являются одним из средств формирования наглядных динамических образов абстрактных математических понятий и становления структурно-предметного и личностного аспектов смысла изучаемых понятий, что способствует понимающему усвоению старшеклассниками понятий начал анализа.*

Под *лабораторной работой по математике* мы понимаем форму самостоятельной деятельности учащихся, организуемой учителем с помощью визуализированной задачи, требующей от ребят исследовательской деятельности либо с использованием инструментов или технических средств (в том числе ИКТ), либо выполнение проектной деятельности. Под *визуализированной задачей* мы понимаем задачу, в которой образ явно или неявно задействован в условии, ответе, задает метод решения задачи, создает опору каждому этапу решения задачи либо явно или неявно сопутствует на определенных этапах ее решения⁶.

Н. А. Резник⁷, занимаясь проблемой материализации наглядных образов, направленных на немедленную зрительную ассоциацию с абстрактным понятием, предшествующую словесному описанию, выделяет следующие **основные визуальные математические модели**: *изображение основных математических понятий, визуализация свойств математических понятий и операций над ними, иллюстрация связей между понятиями.* Изображение математического

понятия помогает создать чувственную опору абстрактного понятия, визуализация свойств понятий и операций над ними важна для постижения сущности изучаемых понятий, а иллюстрация связей между понятиями необходима для целостного, системного восприятия изучаемого материала. В связи с чем в качестве критерия отбора визуализированных задач для проведения лабораторных работ, направленных на понимающее усвоение старшеклассниками понятий начал анализа, можно выбрать условие построения с помощью данной задачи одной из основных визуальных математических моделей, выделенных Н. А. Резник.

Мы выделили три типа лабораторных работ по математике с использованием ИКТ по степени самостоятельной активности учеников при их выполнении:

1) **демонстрационные** – учитель сам выполняет работу с помощью ИКТ, ученики лишь наблюдают за ее выполнением и делают самостоятельные выводы;

2) **фронтальные** – учитель показывает ученикам, как нужно выполнять работу, затем учащиеся выполняют ее самостоятельно с использованием аналогичных моделей, после чего обсуждаются результаты и делаются общие выводы;

3) **самостоятельные** – ученики полностью самостоятельно выполняют работу в качестве творческого или зачетного задания; в основе проведения самостоятельных лабораторных работ по математике лежит метод проектов.

Демонстрационные лабораторные работы предназначены для введения новых математических понятий либо объяснения теоретических фактов, положений. В данном случае средства ИКТ дают возможность для начала приводить не строгие описания определенного объекта, а продемонстрировать его визуальные образы. Например, изучение в школе понятия предела функции в точке можно начать с анализа всевозможных графиков непрерывных и разрывных функций, которые делятся на два

класса: функции устранимого и неустранимого разрыва. Предлагая учащимся задание сравнить ряд сходных по своей природе объектов, учитель преследует цель – выделить из всего множества представленных объектов «особый» класс, имеющий существенные отличия: функции в точках устранимого разрыва можно доопределить до непрерывности, изменив ее значение всего лишь в одной точке. Таким образом, обусловлена необходимость введения нового математического понятия, описывающего данный «особый» класс объектов, а выделенные отличия выступают в качестве его характеристических свойств.

Фронтальные лабораторные работы проводятся для демонстрации теоретических фактов, доказательство которых в школьном курсе математики опускается из-за того, что школьники не обладают достаточным багажом знаний для доказательства этих теорем или оно содержит громоздкие вычисления, но с помощью средств ИКТ можно продемонстрировать их на конкретных примерах. Например, для изучения теоремы о производной «функции площади» учащимся предлагается следующая задача наглядного содержания: «Для функции $y = f(x)$, непрерывной, ограниченной и определенной при $a < x < b$, постройте функцию S – площади подграфика функции f . Имеет ли эта функция производную и если имеет, то чему она равна?» В качестве демонстрации учитель выполняет лабораторную работу на примере линейной функции с помощью компьютера и проектора. Строится график линейной функции и вычисляются площади подграфика при изменении одного из концов промежутка. По полученным табличным данным (зависимости площади подграфика функции от свободного конца промежутка) строится график функции, находится ее аналитический вид и производная. Сравнивая полученный график производной с графиком исходной функции, учащиеся уравнивают их совпадение и приходят к выводу: Производ-

ная функции S – площади подграфика функции f – является сама функция f . Далее учитель предлагает учащимся проверить выдвинутую гипотезу для квадратичной функции. Данная лабораторная работа позволяет установить смысловую составляющую понятия первообразной как такой функции, которая получается в результате операции, обратной дифференцированию. ИКТ используются для представления и осознания нового вида соответствия между числовыми множествами, описыва-

емого с помощью функции площади подграфика.

Нами разработана серия лабораторных работ, позволяющих создавать наглядные динамические образы некоторых основных понятий курса алгебры и начал анализа и способствующих становлению структурно-предметного и личностного аспектов смысла изучаемых понятий. Подтверждением эффективности проведения лабораторных работ явились результаты единого государственного экзамена.

ПРИМЕЧАНИЯ

¹ Усова А. В. Психолого-дидактические основы формирования у учащихся научных понятий. Челябинск, 1978.

² Брудный А. А. Психологическая герменевтика. М.: Лабиринт, 2005.

³ Брейтигам Э. К. Деятельностно-смысловой подход в контексте развивающего обучения старшеклассников началам математического анализа: Монография. Барнаул: Изд-во БГПУ, 2004.

⁴ Башмаков М. И., Поздняков С. Н., Резник Н. А. Информационная сфера обучения. СПб.: СВЕТ, 1997.

⁵ Амосов Н. М. Алгоритмы разума. Киев, 1979.

⁶ Далингер В. А. Теоретические основы когнитивно-визуального подхода к обучению математике: Монография. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2006.

⁷ Башмаков М. И., Поздняков С. Н., Резник Н. А. Указ. соч.