Ф. Х. Асхакова

АНАЛИЗ БАЛАНСОВЫХ МОДЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СУБЪЕКТОВ КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКОЙ РЕСПУБЛИКИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Работа представлена кафедрой информатики и вычислительной математики Карачаево-Черкесского государственного университета им. ***У. Д.*** *Алиева.*
Научный руководитель - доктор физико-математических наук, профессор Е. А. Семенчин

В статье в рамках модели Леонтьева разработана методика построения неотрицательного решения методом регуляризации (по Тихонову) в тех случаях, когда модель является плохо обусловленной. Она реализована в виде программного продукта «Комплекс программ «ModelRegularized»», выполненного в среде Delphi 7. Приведен конкретный пример анализа балансовой модели.

Basing on the Leontiev's model, the author of the work has developed a technique of constructing a non-negative decision by means of the regulation method (by Tikhonov) in cases when the model is ill-conditioned. It is realised in the form of a software product «The 'ModelRegularized' programme complex», executed in the Delphi 7 environment. The concrete example of its application for the analysis of the balance model is resulted.

1. Постановка задачи. При построении балансовой модели Леонтьева [2, с. 185]

$$x = Ax + f, \qquad (1)$$

где $x(x_i)$, $i = 1, 2, ..., n$ - вектор валового выпуска; x_i - объем выпуска продукции i-й отрасли; $A = (a_{ij})$, $i, j = 1,2, ..., n$ - матрица затрат; a_{ij} - количество единиц i-й отрасли, идущих на производство 1 (единицы) продукции j-й отрасли, $i, j = 1, 2, ..., n$; n - число рассматриваемых отраслей в экономике; f - вектор конечного спроса.

На практике как элементы матрицы A, так и элементы вектора f не могут быть заданы точно. В одних случаях незначительные ошибки в определении элементов A, f не существенно влияют на решение x модели (1), в других - существенно. В данной работе для нас будет представлять интерес второй случай, когда малые изменения исходных данных модели Леонтьева приводят к большим изменениям результатов ее решения. Задачу построения решения такой модели, согласно терминологии [3, с. 46], будем называть некорректно поставленной. Условимся рассматриваемую модель назвать некорректно поставленной.

Для удобства обозначим $B = (I-A)$, тогда (1) примет вид:

$$Bx = f. \qquad (2)$$

Предполагаем, что вместо точных значений элементов матрицы B и вектора конечного спроса f располагаем их приближенными значениями $\tilde{B}, \tilde{f}$, т. е.

$$\tilde{B}x = \tilde{f}, \qquad (3)$$

при этом

$$\|\tilde{B}-B\| \le \xi, \quad \|\tilde{f}-f\| \le \delta, \qquad (4)$$

а сама модель (1) является некорректной.

Цель данной работы разработать методику численного решения задачи (3), (4) для того случая, когда она является некорректно поставленной.

2. Метод решения изучаемой задачи. Для построения приближенного решения некорректной модели (3), (4), воспользуемся методом регуляризации А. Н. Тихонова [3, с. 90-100].

Из [3, с. 94] следует, что процесс построения численного решения модели (3) (а значит, и (2)) сводится к нахождению вектора x^{α}, минимизирующего функционал

$$M^{\alpha}[x, \tilde{f}, \tilde{B}] = \|\tilde{B}x - \tilde{f}\|^2 + \alpha\,\Omega[x], \quad \alpha > 0, \qquad (5)$$

где $o[x] = \|x\|$ - стабилизирующий функционал, $a = a(S)$ - параметр регуляризации.

Как известно из [3, с. 94-97], при выполнении указанных выше условий существует единственный вектор x'', доставляющий минимум (5), который может быть определен при некотором фиксированном $a > 0$ из системы

$$« * Г + £ £ * Л \qquad (6)$$

$$* ; \succ o, \quad j = 1,\ldots,n.$$

На основании указанных результатов можно предложить следующий алгоритм построения решения системы (2), который реализован в виде программного продукта «Комплекс программ "ModelRegularized"» на языке программирования Delphi 7:

1. Ввести размерность n.
2. Ввести матрицу $\tilde{B}$.
3. Ввести вектор $\tilde{f}$.
4. Задать а, > 0.
5. При заданном значении a^1 найти решение $x^{a'}$ системы (6).
6. При известных значениях a^1, x^{a^1} вычислить значение $M^{a^1}[x^{a^1}, \tilde{f}, \tilde{B}]$ функционала (5).
7. Задать $a^2 > 0$, $a^2 < a_1$.
8. При заданном значении a^2 найти решение x^{a^2} системы (6).
9. При известных значениях a^2, x^{a^2} вычислить значение $M^{a^2}[x^{a^2}, \tilde{f}, \tilde{B}]$ функционала (5).
10. Если $M^{a^2}[x^{a^2}, \tilde{f}, \tilde{B}] < M^{a^1}[x^{a^1}, \tilde{f}, \tilde{B}]$, то перейти к выполнению действий указанных в п.12.
11. Если $M^{a^2}[x^{a^2}, \tilde{f}, \tilde{B}] > M^{a^1}[x^{a^1}, \tilde{f}, \tilde{B}]$, то положить $x = x^{a^1}$.
12. Задать $a^3 > 0$, $a^3 < a^2$.
13. При заданном значении a^3, найти решение x^{a^3} системы (6).
14. При известных значениях a^3, x^{a^3} вычислить значение $M^{a^3}[x^{a^3}, \tilde{f}, \tilde{B}]$ функционала(5).
15. Если $M^{a^3}[x^{a^3}, \tilde{f}, \tilde{B}] < M^{a^2}[x^{a^2}, \tilde{f}, \tilde{B}]$, то перейти к выполнению действий, указанных в п. 17.
16. Если $M^{a^3}[x^{a^3}, \tilde{f}, \tilde{B}] > M^{a^2}[x^{a^2}, \tilde{f}, \tilde{B}]$, то положить $x = x^{a^2}$.
17. Задать $a^4 > 0$, $a^4 < a^3$

И далее этот процесс продолжаем до тех пор, пока на $(к + 1)$-м шаге не найдем $a^{k+1}, x^{a^{k+1}}$, при которых $M^{a^{k+1}}[x^{a^{k+1}}, \tilde{f}, \tilde{B}] > M^{a^k}[x^{a^k}, \tilde{f}, \tilde{B}]$. В этом случае полагаем $x = x^{a^k}$ и процесс вычислений прекращаем.

Воспользуемся программным продуктом «Комплекс программ "ModelRegularized"» для нахождения решения балансовой модели СХПК «Сторожевский» Зеленчукского района Карачаево-Черкесской Республики.

Усредненные статистические данные межотраслевого баланса двухотраслевой экономики СХПК «Сторожевский» Зеленчукского района Карачаево-Черкесской Республики за 2005-2007 гг., взятые из [1; 4; 5], приведены в табл. 1.

Таблица 1

Таблица межотраслевого баланса двухотраслевой экономики СХПК «Сторожевский» Зеленчукского района Карачаево-Черкесской Республики за 2005-2007 гг. (тыс. руб.)

Производящие отрасли		Потребляющие отрасли		Конечный продукт	Валовой продукт
		1	2		
1	Растениеводство	238,8	39,8	119,4	398
2	Животноводство	63,2	300,2	-47,4	316

Воспользовавшись данными табл. 1, находим матрицу затрат

$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 0.95 \end{pmatrix},$$

$$B = (1-A) = \begin{pmatrix} 0.4 & -0.1 \\ -0.2 & 0.05 \end{pmatrix},$$

и вектор конечного спроса

$$f = \begin{pmatrix} 119.4 \\ -47.4 \end{pmatrix},$$

Результаты численного расчета показывают, что в данном случае

$$a = 0{,}0005, \quad x = \begin{pmatrix} 632.5 \\ 650.5 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, если применить метод регуляризации для нахождения неотрицательного решения балансовой модели СХПК «Сторожевский» при указанных *А* и /, то валовой выпуск продукции отрасли «растениеводство» должен составить 632,5 тыс. руб., отрасли «животноводство» - 650,5 тыс. руб.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухгалтерская отчетность организации СХПК «Сторожевский» за 2005 г. 50 с.
2. *Орехов Н. А., Левин А. Г., Горбунов Е. А.* Математические методы и модели в экономике. М.: Юнити, 2004. 302 с.
3. *Тихонов А. #., Арсенин В. Я* Методы решения некорректных задач: Учеб. пособие для вузов. 3-е изд., испр. М.: Наука, 1986. 288 с.
4. Формы отчетности о финансово-экономическом состоянии товаропроизводителей агропромышленного комплекса за 2006 г.: Бухгалтерская отчетность организации агропромышленного комплекса СХПК «Сторожевский» за 2006 г. 52 с.
5. Формы отчетности о финансово-экономическом состоянии товаропроизводителей агропромышленного комплекса за 2006 г.: Бухгалтерская отчетность организации СХПК «Сторожевский» за 2007 г. 52 с.