З. М. Лайпанова

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВАЛОВОГО ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ ЗАКРЫТОГО АКЦИОНЕРНОГО ОБЩЕСТВА «КАРАЧАЕВСКИЙ ПИВЗАВОД», г. КАРАЧАЕВСК

Работа представлена кафедрой математического анализа Карачаево-Черкесского государственного университета им. У. Дж. Алиева. Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Е. А. Семенчин

В статье представлены результаты исследований производственной деятельности закрытого акционерного общества «Карачаевский пивзавод». Эти исследования базируются на результатах статьи [2] и являются их логическим продолжением.

The results of the research on industrial activity of the closed joint-stock company «Karachay brewery» are presented in the paper. These studies are based on the results of the paper [2] and are their logical continuation.

Пусть

$$Bx = f\,,\ B = E - A\,, \qquad (1)$$

где E – единичная матрица размера $n \times n$,

A – заданная технологическая матрица размера $n \times n$ балансовой модели Леонтьева

$$x = Ax + f\,,\ x \geq \overline{0}\,, \qquad (2)$$

где f – известный вектор спроса размерности n,

x – неизвестный вектор валового выпуска продукции размерности n, подлежащий определению,

$\overline{0}$ – нулевой вектор размерности n.

Как и в [2, с. 121–124], будем предполагать, что элементы $f_i, i = 1, \cdots, n$, вектора f и a_{ij}, $i, j = 1, \cdots, n$ и матрицы A представлены в (1), (2) с ошибками, которые имеют случайный характер. Поэтому (1) следует переписать в виде:

$$Bx + v = f, \quad x \geq 0, \qquad (3)$$

где $v = (v_1, v_2, \ldots, v_n)^T$ – случайный вектор ошибок измерений элементов A и f, размерности n (вектор помех), математическое ожидание которого равно:

$Mv = 0$ (здесь и далее T – операция транспонирования).

Предполагается, что заданы симметричная, положительно определенная матрица ковариаций размера $n \times n$

$$R = M\left(v \cdot v^T\right)$$

вектора v; вектор $\psi = Mx$ размерности n, представляющий собой математическое ожидание (начальное приближение, априорную оценку) вектора x из (3);

априорная ковариационная матрица ошибок решения

$$N = M\left[(x - \psi)(x - \psi)^T\right]$$

(размера $n \times n$, симметричная, положительно определенная).

В работе [2, с. 121–124] была подробно исследована следующая задача: по заданному f найти неотрицательный вектор γ, доставляющий минимум $M|\gamma - x|^2$, где x – решение системы (2). Было показано, что вектор γ представляет собой решение следующей задачи квадратичного программирования:

$$\begin{gathered}(Bx - f)^T R^{-1}(Bx - f) + \\ + (x - \psi)^T N^{-1}(x - \psi) \to \min_x, \quad x \geq 0.\end{gathered} \qquad (4)$$

Цель этой работы: используя данные межотраслевого баланса ЗАО «Карачаевский пивзавод» за 2007 г., взятые из [1] и приведенные в табл. 1, и заданный вектор спроса f, найти оптимальную в среднем квадратичном смысле оценку $\overline{x}$ решения x балансовой модели (2), построенной по этим статистическим данным.

Решение поставленной задачи. ЗАО «Карачаевский пивзавод» является крупным предприятием в КЧР, в который входят два больших цеха: цех по производству алкогольных напитков и цех по производству безалкогольных напитков. Данные об исполнении баланса за отчетный 2007 г. приведены в табл. 1.

Таблица 1

Таблица межотраслевого баланса ЗАО «Карачаевский пивзавод» за 2007 г. (тыс. руб.)

Цеха, производящие продукцию		Цеха, потребляющие продукцию		Конечный спрос на продукцию	Валовой выпуск продукции
		1	2		
1	Цех по производству алкогольных и безалкогольных напитков	19535	652	12371	32558
2	Цех розлива	3792	2528	6318	12638

Согласно данным, приведенным в табл. 1, технологическая матрица A и вектор конечного спроса f имеют вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.02 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix},\ f = \begin{pmatrix} 12371 \\ 6318 \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Обозначим x_1 – валовый выпуск цеха по производству алкогольных и безалкогольных напитков, x_2 – валовый выпуск цеха розлива. Вычислим вначале валовый выпуск $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ цехов ЗАО «Карачаевский пивзавод», не учитывая случайные помехи при формировании вектора f. Воспользовавшись (2) и (5), имеем:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.02 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12371 \\ 6318 \end{pmatrix},$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$$

Или

$$\begin{cases} x_1 = 0.6x_1 + 0.02x_1 + 12371, \\ x_2 = 0.3x_1 + 0.2x_2 + 6318, \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0. \end{cases} \qquad (6)$$

Из (6) следует, что

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32558 \\ 12638 \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Пусть при формировании f учитываются случайные помехи (ошибки).

По результатам статистических наблюдений были найдены четыре реализации случайные вектора v, представляющего собой ошибку измерения вектора f (в таблице 1 представлены усредненные значения f):

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0{,}1 \\ -0{,}2 \end{pmatrix},\ v_2 = \begin{pmatrix} -0{,}1 \\ 0{,}2 \end{pmatrix},$$

$$v_3 = \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 0{,}1 \end{pmatrix},\ v_4 = \begin{pmatrix} -0{,}2 \\ -0{,}1 \end{pmatrix}.$$

Согласно (1), (3)

$$B = E - A = \begin{pmatrix} 0.4 & -0.02 \\ -0.3 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

Найдем оптимальную оценку $\bar{x}$ вектора x из (4).

Из приведенных выше данных следует, что

$$Mv = \frac{1}{4}\left[v_1 + v_2 + v_3 + v_4\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$r_{11}^{(4)} = 0{,}025,$$

$$r_{12}^{(4)} = 0,$$

$$r_{21}^{(4)} = 0,$$

$$r_{22}^{(4)} = 0{,}025,$$

$$R_4 = \begin{pmatrix} r_{11}^{(4)} & r_{12}^{(4)} \\ r_{21}^{(4)} & r_{22}^{(4)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}025 & 0 \\ 0 & 0{,}025 \end{pmatrix}.$$

Начальное приближение ψ для вектора $\bar{x}$ из (4) задано выражением:

$$\psi = B^{-1} \cdot f = \begin{pmatrix} 2.548 & 0.064 \\ 0.955 & 1.274 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12371 \\ 6318 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 31921 \\ 19868 \end{pmatrix}.$$

Подставляя в (4) полученные численные значения B, f, ψ, R^{-1}, N^{-1}, с помощью программы Microsoft Office Excel 2003 находим оптимальную оценку $\bar{x}$ вектора x:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 31025 \\ 19532 \end{pmatrix}. \qquad (8)$$

Сравнивая результаты (7) и (8), заключаем, что более точный результат оценки валового выпуска цехов (8) отличается от (7) не слишком разительно.

(7), (8) заметно отличаются от валового выпуска цехов, приведенного в табл. 1. Следовательно, объемы производства обоих цехов были необоснованно велики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухгалтерская отчетность за 2007 г. ЗАО «Карачаевский пивзавод».
2. *Лайпанова З. М.* Фильтрация ошибок измерений вектора спроса в балансовой модели Леонтьева // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена: Аспирантские тетради. 2008. № 23. С. 121–124.