А. В. Паньков

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Работа представлена кафедрой алгебры и геометрии Елабужского государственного педагогического университета. Научный руководитель – доктор педагогических наук, профессор Т. В. Капустина

В статье рассматривается методика использования информационных технологий при обучении математике в основной школе. В качестве средства информационных технологий предлагаются компьютерные математические системы – новые программные продукты, позволяющие выполнять численные, аналитические и графические вычисления и программировать. Представляют большой интерес для системы образования.

Ключевые слова: математические системы, экономические задачи.

The paper covers the methods of information technology usage in mathematics teaching in comprehensive school. Computer mathematical systems are proposed as a means of information technologies. These are the new software products that make it possible to make numeral, analytic and graphical calculations and to programme. These products can be of interest for the education system.

Key words: mathematical systems, economic problems.

Приложения математики в социально-экономических науках развивались параллельно с развитием самой математики. Современная экономика широко использует математические методы и разнообразные математические модели. В отличие от естественных наук возможности экспериментальных исследований в общественных дисциплинах ограничены. Поэтому моделирование экономических процессов, предварительный анализ возможных последствий тех или иных управленческих решений особенно важны.

В данной статье мы остановимся на перспективах использования компьютерных математическим систем для решения

задач с экономическим содержанием. Задачи такой прикладной направленности могут составлять содержание факультативного или элективного курса в старших классах общеобразовательной школы.

Под *задачей с экономическим содержанием* подразумеваем задачу, сформулированную в области экономики, решение которой требует использовании математического аппарата.

Процесс решения математических задач с экономическим содержанием, как и любых задач с практическим содержанием, опирается на метод математического моделирования, являющийся основой вычислительного эксперимента, при котором исследование объекта осуществляется посредством модели, сформулированной на языке математики.

Суть математического моделирования заключается в замене изучаемого экономического объекта (процесса) адекватной математической моделью и последующем исследовании свойств этой модели с помощью либо аналитических методов, либо вычислительных экспериментов.

«Вычислительный эксперимент» как новый метод исследования был разработан школой А. А. Самарского в 50-х гг. XX в. Его основная идея – замена исходного объекта математической моделью и дальнейшее изучение модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно-логических алгоритмов. Вычислительный эксперимент позволил получать и уточнять количественные характеристики исследуемого объекта, явился орудием поиска неизвестных качественных закономерностей, присущих изучаемым объектам. В 1968 г. учеными А. Н. Тихоновым, А. А. Самарским, С. П. Курдюмовым и др. с помощью вычислительного эксперимента было открыто явление, «которого... никто не наблюдал» – эффект Т-слоя. Вычислительный эксперимент рассматривается как наиболее высокая ступень математического моделирования, порожденная преобладающим использованием компьютеров и численных методов для изучения математических моделей.

В настоящее время математическое моделирование и вычислительный эксперимент, без сомнения, входят в число важнейших проблем использования математических знаний и применения компьютера в различных областях человеческой практики. Теоретическое обоснование необходимости изучения методологии математического моделирования и вычислительного эксперимента дано в исследованиях Ю. П. Попова, Л. Б. Рахимжановой, А. В. Рябых, А. Л. Самарского и других авторов. А. Г. Гейн, Л. П. Глазова, Е. К. Хеннер, А. П. Шестаков знакомят с процессом вычислительного эксперимента учащихся школы и студентов вузов.

В научной литературе специалисты выделяют несколько видов вычислительного эксперимента, в частности:

1. *Поисковый*. Исследование нового процесса или явления связано с построением той или иной математической модели и проведением расчетов при изменении тех или иных параметров задачи.

В результате проведения поискового вычислительного эксперимента дается описание наблюдаемым явлениям, прогнозируется поведение исследуемого объекта в тех или иных условиях, возможно и не достижимых в реальных условиях. Такой тип вычислительного эксперимента характерен при проведении теоретических исследований в фундаментальных науках.

2. *Оптимизационный*. Для данного вида вычислительного эксперимента характерно решение задачи оптимизации по уменьшению затрат, облегчению конструкции и т. д. Для сформулированной математической модели ставится соответствующая задача оптимального управления, задача оптимизации.

3. *Диагностический*. При обработке данных натурных экспериментов используется диагностический вычислительный экс-

перимент. По дополнительным косвенным измерениям делается вывод о внутренних связях явления или процесса. В условиях, когда структура математической модели исследуемого процесса известна, ставится задача идентификации модели, например определяются коэффициенты уравнений. Диагностическому вычислительному эксперименту обычно ставится в соответствие обратная задача математической физики.

Компьютерные математические системы (КМС) – самые совершенные из компьютерных сред, созданные к настоящему времени. Компьютерные математические системы относятся к классу вычислительных сред. Вычислительная среда – электронная оболочка, предназначенная для автоматического решения математических задач вычислительного характера (численного или символьного). Пользователь путем ввода условий своей задачи заполняет эту оболочку, и по алгоритмам, содержащимся в ней, задача решается. При помощи вычислительной среды пользователь организует процесс решения задачи с минимальными затратами времени.

Появление в вузах и школах современных персональных компьютеров делает применение КМС не только полезным, но и необходимым, несмотря на определенные недостатки таких систем. К ним следует отнести отказ от решения порой даже тривиальных задач, необходимость настройки под решение отдельных классов задач, вывод решений, порой отличных от их представления в справочниках, разбухание результатов некоторых аналитических расчетов и др. Однако многие из этих недостатков устраняются в новых реализациях систем компьютерной математики, и они становятся удобными помощниками для опытных пользователей и средствами предоставления математических знаний для начинающих [1].

Использование КМС на уроке оказывает существенное влияние на все компоненты целостного образовательного процесса. На уроках математики использование КМС предполагает построение новой или изменение традиционной методической деятельности учителя. Использование компьютерных программных продуктов в учебном процессе предъявляет новые требования к профессиональным качествам и уровню подготовки педагогов, что определяет актуальность решения задач по формированию информационной культуры педагога.

При использовании КМС на уроках математики следует помнить об особой роли математических задач. Чаще всего их предлагают с чисто дидактическим целями, а не потому, что заинтересованы только в получении самого ответа, т. е. математические задачи выступают прежде всего как учебные, а не предметные. Поэтому мы считаем, что, когда решение задач является целью обучения, нельзя использовать компьютер как «решатель», целесообразно использовать его для проверки полученного ответа либо промежуточного вычисления – проверки гипотезы решения. В практике автора накоплен опыт использования КМС математического моделирования в старших классах [2].

Вычислительный эксперимент принято подразделять на ряд этапов. Деление вычислительного эксперимента на этапы имеет в значительной степени условный характер и опирается на ядро: модель – алгоритм – программа.

1-й этап. Построение математической модели. Выбирается (или строится) модель исследуемого объекта, отражающая в математической форме важнейшие его свойства – законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т. д. Математическая модель (ее основные фрагменты) исследуется традиционными аналитическими средствами прикладной математики для получения предварительных знаний об объекте.

2-й этап. Выбор (или разработка) вычислительного алгоритма для реализа-

ции модели на компьютере. Необходимо получить искомые величины с заданной точностью на имеющейся вычислительной технике. Вычислительные алгоритмы не должны искажать основные свойства модели и, следовательно, исходного объекта, они должны быть адаптирующимися к особенностям решаемых задач и используемых вычислительных средств.

3-й этап. Проведение расчетов. Этот этап вычислительного эксперимента выполняется с помощью ЭВМ. ЭВМ в процессе расчета может выдавать любую информацию, представляющую интерес для исследователя (пользователя). Точность этой информации определяется достоверностью самой модели.

4-й этап. Анализ результатов. Обработка результатом расчетов, их всесторонний анализ и, наконец, выводы. Выводы бывают в основном двух типов: или становится ясна необходимость уточнения модели, или результаты, пройдя проверку на разумность и надежность, передаются заказчику. Однако чаще всего эти две стороны переплетаются – математическая модель модифицируется, как правило, усложняется, и начинается новый цикл вычислительного эксперимента.

Большую группу в моделировании экономических процессов составляют задачи, относящиеся к методам принятия оптимальных решений, исследованию операций. В повседневной практике хозяйствования требуется выбрать производственную программу, поставщиков, распределение ресурсов, маршрут транспортировки.

Рассмотрим задачу по определению производственной программы, на основе которой мы можем показать реализацию этапов математического моделирования, рассмотренных выше.

З а д а ч а. Предприятие имеет месячный цикл производства. Надо определить, сколько в месяц следует производить краски типа А и сколько – типа Б. Производственные мощности позволяют выпускать в месяц суммарно 500 т краски всех типов. Одна тонна краски А приносит в среднем 2000 руб. прибыли, а одна тонна краски Б – 2500 руб.

Отдел маркетинга требует, чтобы краски типа А производилось не менее 200 т в месяц, поскольку есть договоры на такое количество, а краску типа Б нельзя производить более 150 т, поскольку большее количество трудно реализовать.

На изготовление красок А и Б необходимо сырье трех видов согласно следующей таблице.

Сырье	Краска А, кг	Краска Б, кг	Месячный запас, т
Сырье 1	50	100	50
Сырье 2	70	80	30
Сырье 3	40	70	25

Решение.

1-й этап. Построение модели.

Для построения модели производственной программы нам необходимо определить производственный план, приносящий *максимальную* прибыль, следовательно, необходимо найти максимум функции $Z = 2000x1 + 2500x2$ при выполнении ограничений.

Первое производственное ограничение – общее количество краски типов А и Б не должно превышать 500 т.

Два маркетинговых ограничения: произведенное количество краски А должно быть не меньше 200 т, а краски Б – не более 150 т.

В таблице показано, сколько и какого сырья необходимо для производства одной тонны краски А и одной тонны краски Б, а также величины месячных запасов этого сырья. Общее количество сырья, используемого для производства краски, не должно превышать их месячные запасы. Таким образом, имеем еще *три ограничения* – по одному для каждого типа сырья.

2-й этап. Выбор (или разработка) вычислительного алгоритма.

По условию задачи мы имеем:

Целевая функция	Z = 2000 x1 + 2500 x2
Ограничения	
Производственное ограничение:	x1 + x2 ≤ 500
Маркетинговые ограничения:	x2 ≤ 150 x1 ≥ 200
Сырьевые ограничения:	0,05 x1 + 0,1 x2 ≤ 50 0,07 x1 + 0,08 x2 ≤ 30 0,04 x1 + 0,07 x2 ≤ 25

Нам необходимо найти максимальное значение целевой функции при выполнении ограничений.

Длянахождения более корректного решения имеет смысл добавить условие неотрицательности для x2 (x2 ≥ 0).

3-й этап. Проведение расчетов.

Решение задачи в КМС *Mathematica* можно выполнить графическим способом, с использованием программирования и без использования программирования.

Мы рассмотрим способ решения без использования программирования. Для решения достаточно из условия задачи записать целевую функцию (*Z*), ограничения (*G*), указать переменные (*V*) и выполнить команду **NMaximize[{*Z*,*G*},*V*]** (для корректного выполнения команды желательно переменные ***Z*, *G*, *V*** очистить). В результате на экране мы увидим:

In[1]:=Clear[*Z*,*G*,*V*];
Z=2000 x1+2500 x2;G={x1+x2≤500,
x2≤150, 0.05 x1+0.1 x2≤50,
0.07 x1+0.08 x2≤30, 0.04 x1+0.07 x2≤25,
x2≥0, x1≥200 }; V={x1,x2};
NMaximize[{Z,G},V]

Out[1]={889286.,{x1→257.143,x2→
150.}}

4-й этап. Анализ результатов.

Полученный ответ удовлетворяет условию задачи и показывает, что при выпуске 257,143 т краски типа А и 150 т краски типа Б предприятие получит максимальную прибыль 889 286 руб.

Использование КМС позволяет поручить процесс вычисления компьютеру, а внимание уделить математической формулировке проблемы, выводу необходимых соотношений. Такой подход сохраняет интерес к решению проблемы, позволяя сконцентрироваться на понимании сущности моделирования, на анализе и интерпретации результата, творческой работе с моделью, варьируя параметры модели; работая над поиском более выгодных (оптимальных) решений, можно дать понятия рисковых ситуаций. Существует много проблемных ситуаций и задач с экономическим содержанием, посильных для восприятия их школьниками, полезных для формирования понимания экономических и управленческих теорий.

Применение метода вычислительного эксперимента в решении математических задач с экономическим содержанием на основе КМС позволяет:

1. Организовать творческую, исследовательскую деятельность учащихся. В связи с тем что КМС имеют огромный научный потенциал, не возникнет неверия в свои силы при ее использовании. Возможности, предоставляемые программой (автоматизация вычислений, построение графиков, динамичное представление информации), позволят усилить мотивацию учения.

2. Реализовать связь теории с практикой (основой вычислительного эксперимента является математическое моделирование, геометрической базой – прикладная математика).

3. Уделить внимание этапам математического моделирования: постановке экономической проблемы и ее качественному анализу, построению математической модели, исследованию модели**,** изучению найденного решения.

4. Способствовать формированию алгоритмической культуры учащихся.

5. Визуализировать учебную информацию, представить ее в виде графиков; показать геометрические объекты в динамике, проиллюстрировать процесс изменения геометрических объектов с изменением значений параметров.

6. Высвободить учебное время за счет выполнения на компьютере трудоемких вычислительных работ и деятельности, связанной с числовым анализом.

7. Предоставить информацию по использованию возможностей программы при решении задач экономического содержания вне школьных занятий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дьяконов В. П.* Компьютерная математика // Соросовский образовательный журнал. 2001. № 1. С. 116–121.

2. *Паньков А. В.* Математическое моделирование с использованием КМС Mathematica: Методическое пособие. Елабуга: Изд-во Елабужского гос. пед. уни-та, 2008. 36 с.: ил.