Г. Г. Ельчанинова

СРЕДСТВА РАЗВИТИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО ЗНАЧИМОГО УМЕНИЯ ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОИСК РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Работа представлена кафедрой методики обучения математике.
Научный руководитель – доктор педагогических наук, профессор Н. Л. Стефанова

В ходе вузовской подготовки у студентов – будущих учителей математики – развивается ряд умений, среди которых особо выделяются *профессионально значимые умения.* К таким умениям мы прежде всего относим предметные учебные уме-

ния, связанные с выполнением математической деятельности на содержании школьной программы и имеющие методическую, профессиональную педагогическую окраску. Итоги исследования позволяют утверждать, что использование набора задач, построенного на материале школьного курса математики, который обладает определенными содержательными возможностями, и проведение специальной работы с ним вносят вклад в развитие у студентов умения осуществлять поиск решения математических задач.

Ключевые слова: профессионально значимый, содержательные возможности, осуществление поиска решения математической задачи.

In the course of training in an institute of higher education, a number of abilities, including professionally significant ones, are developed among students – future teachers of mathematics. These abilities comprise subject training abilities, which are connected with carrying-out of mathematical activity on supporting a school programme and have methodical and professional pedagogical educational coloration. The results of the investigation show that using of a set of problems constructed on the material of school mathematics, possessing certain possibilities of mathematical matter, and carrying out of specific work with them make the contribution to the development of students' ability to carry out a search of mathematical problems' solution.

Key words: professionally significant, possibilities of mathematical matter, to carry out a search of mathematical tasks' solution.

В процессе обучения в вузе у будущего учителя (в том числе и учителя математики) формируются разнообразные умения: учебные, организационные, специальные (предметные), педагогические и др. Специфика будущей профессиональной деятельности учителя такова, что практически все они являются профессиональными, т. е., необходимы для качественного выполнения профессиональной деятельности. Вряд ли будет корректным разделять умения на более и менее значимые. Но можно выделить наиболее важные (с точки зрения выполнения общих математических видов деятельности) умения будущего учителя математики. Умения, которые являются базой осуществления профессиональной деятельности, мы обозначаем как профессионально значимые умения. Профессионально значимые умения – это предметные учебные умения, связанные с выполнением математической деятельности на содержании школьной программы и имеющие методическую, профессиональную педагогическую окраску, т. е. умения, владение которыми важно учителю как для самостоятельного выполнения предметной деятельности, так и для того, чтобы научить других выполнять эту деятельность.

Возможность применения профессионально значимых умений не ограничивается конкретным содержанием. Они могут использоваться при работе с любым содержанием школьной математики, даже если основной этап их развития будет проходить при работе с задачами конкретной темы школьного курса. Профессионально значимые умения имеют особое значение для преподающего или в будущем планирующего преподавать математику, как смысловое, так и ценностное. В качестве основных характеристик профессионально значимых умений мы выделяем: обобщенность, переносимость и личностную значимость.

В профессиональной деятельности учителя математики выделяется очень важный ее вид – решение математических задач и обучение их решению, обучение поиску их решения. Поэтому мы считаем наиболее важным формирование умения осуществлять поиск решения математической задачи (ОПРМЗ), сущность которого – в выдвижении и проверке гипотез (ВиПГ).

В настоящее время назрела необходимость специального исследования аспектов, связанных с развитием умения ОПРМЗ, особенно со стороны отыскания средств, которые позволят формировать это умение. Безусловно, развитие умения ОПРМЗ должно осуществляться в деятельности по решению задачи. А в качестве содержания задач необходимо использовать конкретный предметный математический материал, обладающий определенными возможностями, наиболее способствующими этому развитию. Мы назвали такие возможности содержательными.

Исходя из характеристик умения ОПРМЗ как профессионально значимого, мы выделили следующие содержательные возможности конкретного предметного математического материала: 1) множественность заложенных в математическом материале внутрипредметных связей; 2) вариативность способов решения задач и возможность разных форм интерпретации их условий (в частности, геометрической или графической); 3) использование методов решения задач, известных из школьной математики.

Указанным содержательным возможностям удовлетворяет материал, связанный с понятием модуля действительного числа, потому что:

1) понятие модуля (и связанные с ним теоретические сведения – определение понятия модуля, геометрический смысл модуля, свойства модуля, способы решения уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля) изучается в школьном курсе математики, интегрирует различные области математики – алгебру, геометрию, анализ, поэтому содержательная основа задач может быть различной и охватывать практически все предметное содержание, выявляя взаимосвязи между отдельными областями математики;

2) понятие модуля не связано с определенной темой школьного курса математики (точнее, алгебры и начал математического анализа), поэтому нет стереотипной привязанности к изучаемым способам решения задач, рассматриваемых в соответствующей теме, а значит, легче происходит переход к использованию эвристик в решении и к разнообразию способов решения вообще;

3) задачи, содержащие модуль, являются трудными (мы не имеем в виду тривиальные, простейшие задачи), а значит, могут играть существенную роль в поддержании познавательного интереса студентов к элементарной математике, а также иметь возможность использования поисковых и исследовательских действий, выполнение которых будет неформальным;

4) задачи с модулем используются как практический материал и в вузовском обучении на занятиях по элементарной математике.

После выбора содержания задач перед нами встал вопрос о влиянии выделенных содержательных возможностей на организацию задачного материала. В результате анализа мы сформулировали требования к набору математических задач, который может использоваться для развития ОПРМЗ, и разделили их на группы.

Требования к учебной цели решения задач. В соответствии с учебными целями набор задач структурируется в три блока:

• задачи, направленные на актуализацию знаний конкретной предметной

• области школьной математики, задачи с прямым указанием, какими сведениями из теории нужно воспользоваться для их решения;

• задачи на осуществление поисковых действий (задачи этого блока должны быть разбиты на два подблока: 1) предполагающие прямое управление процедурой выбора и выполнения поисковых действий и 2) не предполагающие прямого управления – выбор поискового действия осуществляется самостоятельно).

Требования к содержанию задач. В содержании задач набора:

• должен быть материал, изучаемый в разных темах школьного курса алгебры и начал математического анализа;

• должны присутствовать или конструироваться такие математические объекты, как уравнения, неравенства, формулы для аналитического задания функций и т. п.

Требования к формулировкам задач:

• среди задач набора должны быть задачи, в которых нет вопроса или требование обладает неопределенностью;

• в формулировке прямо или косвенно должно присутствовать требование о пояснении (обосновании) выбранного способа решения и действий, совершаемых по ходу решения (или поисковых действий, или действий при реализации плана решения) и т. д.;

• в формулировке может быть указание на необходимость проведения методической работы с задачным сюжетом.

Требование к методическому потенциалу. Заметим, что под методическим потенциалом задачи мы понимаем потенциальную возможность использовать задачу с определенной методической целью.

Задачи набора должны быть таковы, чтобы в ходе работы с ними:

• можно было выделить конкретные поисковые действия и особенности их использования для выдвижения гипотез и соотнесения гипотез с результатами анализа условия;

• была возможность особо выделить и обсудить как различные варианты использования одних математических фактов и базирующихся на них или, наоборот, приводящих к ним приемов предметных действий, так и существующие внутрипредметные связи изучаемого материала, выявить особенности проявления последних;

• была возможность показать и обсудить решение несколькими способами, в том числе известными из высшей и элементарной математики, с преимуществом последних (ввиду их использования в школе).

В качестве примера приведем ряд задач из созданного нами набора, который использовался при проведении экспериментального обучения.

Основой поисковых умений являются поисковые действия. К таковым можно отнести: действия по накоплению фактов, действия по выдвижению гипотез, действия по анализу и проверке истинности гипотез, рефлексивные и контрольные действия. При выдвижении гипотез о способе решения конкретной математической задачи мы пользуемся соответствующими поисковыми действиями. В большинстве случаев при решении конкретной задачи приходится использовать не одно действие, но среди них можно выделить особо значимое поисковое действие. Например, рассмотрим задачу: *Используйте знак модуля для записи выражения:* $\begin{cases} x^3-2x^2+4x, x\ge 2, \\ x^3-4x+2x^2, x<2 \end{cases}$ *Объясните, как будете производить запись.* Основное поисковое действие для выдвижения гипотезы о способе решения данной задачи – анализ. Главным инструментом анализа, по мнению Л. М. Фридмана [1, с. 79], являются опознавание, распознавание, узнавание. Соответственно, ориентиры для поиска: вспомнить определение модуля, идею симметрии относительно того значения переменной, при переходе через которое выражение под знаком модуля меняет знак, и задаться соответствующим вопросом: «Какая часть предложенного выражения меняет знак?» Гипотеза – способ решения будет связан с выделением выражения, которое меняет знак при переходе через точку 2. При выполнении второго требования задачи используются такие поисковые действия, как синтез, обобщение, конкретизация и др.

В зависимости от используемого математического факта выдвигаются различные гипотезы о способе решения задачи. Под математическим фактом мы понимаем любое теоретическое положение – определение, формулировку теоремы, алгоритмическое предписание; под различными вариантами использования математических фактов мы понимаем, в частности, рассмотрение конкретного факта и как результата, к которому приводит применение определенного приема предметного действия, и как основы выбора того или иного приема. Например: *Чему может быть равно значение параметра* a $(a \in \Re)$ *в уравнении* $|x-10| = a - x$, *если известно, что оно имеет два корня?* Трактовка данного уравнения как равенства значений двух функций (выражение одной из которых содержит переменную под знаком модуля) дает возможность выдвинуть гипотезу о графическом способе решения, когда положение прямой $y = a - x$ будет варьироваться в зависимости от значения параметра a. Применение определения модуля дает возможность выдвинуть гипотезу об аналитическом способе решения.

Часть требования о наличии задач, в формулировке которых указано на необходимость проведения методической работы, обеспечивает выход на методические аспекты работы с задачей. Например: *Сколько корней может иметь уравнение* $x^3 = 2x|x-a|$ *в зависимости от значений параметра* a $(a \in \Re)$*? Перечислите теоретические сведения, которые необходимы вам для выполнения задания. При изучении какого материала школьной математики, с какой целью можно использовать это задание? Средством формирования каких понятий, умений оно служит?*

Чтобы выделить необходимые для решения задачи теоретические сведения, осуществляется поисковое действие – рефлексия. Соответственно, теоретические сведения, необходимые для выполнения задания, следующие: а) определение понятия модуля; б) суть графического способа решения уравнений; в) способы построения графиков уравнений, содержащих модули; г) способы преобразования графиков. После выполнения этой части задания следует предложить студентам объяснить, как находится указанное множество значений параметра. Далее определяются темы школьного курса математики, в которых данное задание может использоваться.

Итоги проведенного исследования позволяют утверждать, что использование набора задач и проведение специальной работы с ним вносит существенный вклад в развитие у студентов профессионально значимого умения осуществлять поиск решения математических задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фридман Л. М.*, *Кулагина И. Ю.* Психологический справочник учителя. М.: Совершенство, 1998. 432 с.