

О. В. Власкова

О СОСТАВЛЯЮЩИХ ЭСТЕТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

*Работа представлена кафедрой теории и методики обучения математике
Арзамасского государственного педагогического института им. А. П. Гайдара.
Научный руководитель – доктор педагогических наук, профессор М. И. Зайкин*

В статье рассматриваются различные взгляды ученых на проблему проявления прекрасного в содержании математической науки, предлагается модель эстетического потенциала математической задачи, раскрываются ее основные струк-

турные составляющие: информационно-содержательная, поисково-эвристическая, продуктивно-творческая.

Ключевые слова: эстетический потенциал, математическая задача, структура задачи, составляющие эстетического потенциала задачи.

The article discovers different scientists' viewpoints at the problem how the beautiful is revealed in mathematics; the model of aesthetic possibilities in mathematical problem is suggested. The article uncloses the principal structural components of the suggested model: informational-substantial, searching-heuristic and productive-constructive components.

Key words: aesthetic possibilities, mathematical problem, structure of a problem, components of aesthetic possibilities of a problem.

Развивающая парадигма образования, переход к которой в отечественной школе обозначился еще в прошлом столетии, ориентирует на поиск новых технологий обучения и воспитания детей, обеспечивающих не только усвоение знаний и формирование умений и навыков, но и интенсивное интеллектуальное развитие обучаемых. В ряду первоочередных задач предметных методик становятся задачи изыскания методических средств, позволяющих эффективно реализовать развивающий потенциал содержания учебного предмета, его основных дидактических единиц.

Математику относят к числу фундаментальных предметов школьного образования не только потому, что математические знания нужны школьникам при изучении других дисциплин, а также необходимы в быту и в дальнейшей профессиональной деятельности каждого человека, но еще и потому, что она обладает высоким развивающим потенциалом, способствующим совершенствованию ума и всей психики в целом. В обучении этот развивающий потенциал должен быть полноценно реализован. А это, в свою очередь, побуждает к теоретическому описанию этого потенциала, построению его моделей.

Сказанное напрямую касается эстетического аспекта математического содержания, необычайно важного как для общеобразовательной, так и для профильной школы.

О значимости эстетического потенциала математической науки говорили многие выдающиеся ученые прошлого и настоящего. Известно высказывание Д. фон Нейтмана о том, что математика «движима почти исключительно эстетическими мотивами» [5]. Выдающийся физик прошлого столетия А. Пуанкаре не без основания полагал, что «люди, посвященные в ее тайны, вкушают наслаждения, подобные тем, которые дает нам живопись и музыка. Они восторгаются изящной гармонией чисел и форм; они приходят в восхищение, когда какое-нибудь новое открытие раскрывает перед ними неожиданные перспективы» [3, с. 171].

Изучением красоты математической науки занимались многие зарубежные и отечественные философы, математики, психологи и педагоги. Наиболее четко характеристика эстетической привлекательности математического объекта дана Г. Биркгофом в виде формулы:

$$M = O/C,$$

где M – мера красоты объекта, O – мера порядка, а C – мера усилий, затрачиваемых для понимания сущности объекта [1].

С формулой математической красоты, предложенной Г. Биркгофом, созвучны критерии, предложенные В. Г. Болтянским. По его мнению, красота математического объекта (формулы, задачи, теоремы и т. п.) может характеризоваться изоморфизмом между этим объектом и его

наглядной моделью, простотой модели и неожиданностью ее появления:

$$\begin{aligned} & \text{КРАСОТА} = \text{НАГЛЯДНОСТЬ} + \\ & + \text{НЕОЖИДАННОСТЬ} = \text{ИЗОМОРФИЗМ} + \\ & + \text{ПРОСТОТА} + \text{НЕОЖИДАННОСТЬ} \\ & [2, \text{с. 41}]. \end{aligned}$$

В работах И. Г. Зенкевича, В. Т. Ковешникова, О. А. Кобалия и других исследователей обращено внимание на то, что красивые математические задачи и поиск изящных методов их решения являются факторами, способствующими воспитанию эстетического вкуса учащихся, развитию общей культуры школьников [3, с. 172].

Г. И. Саранцев признаками проявления прекрасного в содержании математики считает: соответствие математического объекта его стандартному, стереотипному образу; порядок, логическую строгость; простоту; универсальность использования этого объекта в различных разделах математики; оригинальность, неожиданность [5].

Н. В. Гусевой предложена модель эстетического потенциала школьной математики. Автором выделено внешнее проявление прекрасного, так называемые линии внешней эстетики: эстетика геометрической формы, аналитической записи, оформления решения задач и др., и линии внутренней эстетики: смысла, математического содержания, числовых превращений, числовых закономерностей, математического рассуждения и т. д. [4, с. 9–15].

В контексте деятельностного подхода к обучению математике, все более утверждающемуся в теории и практике школьного математического образования, важнейшим средством усвоения знаний становятся задачные конструкции (цепочки, блоки, циклы, системы задач). В этой связи основной упор в достижении дидактических целей, в том числе и раскрытия эстетического потенциала школьной математики, сегодня должен делаться на математические задачи.

В работах отдельных исследователей уже предпринимались попытки охарактеризовать эстетический потенциал математической задачи. Так, Б. А. Кордемский в своих книгах приводит собрания задач, неизменно вызывающих восторг у школьников и учителей математики. Г. И. Саранцев полагает, что эстетические мотивы продвигают решение задачи [6, с. 28]. М. С. Якир в статье «Что же такое красивая задача» приводит ряд характеристик, полученных в ходе дискуссии, таких как непредсказуемость, неожиданность, простота, революционный шаг, оптимизм, труд и др. [8, с. 46]

Оценивая положительно предложения, высказанные этими и другими авторами, заметим, что они еще не дают целостного представления об эстетическом потенциале школьной математической задачи.

Предлагая свой вариант решения этого вопроса, будем исходить из структуры задачи, предложенной Ю. М. Колягиным. Любая задача, по мнению этого автора, содержит такие компоненты, как начальное состояние (A) или условие задачи; конечное состояние (B) или заключение-вопрос; решение задачи (R) или способ преобразования условия задачи для нахождения требуемого заключением искомого и базис решения задачи (C) – обоснование решения [7, с. 52].

Восприятие задачи начинается с изучения ее формулировки, решение же пока еще остается вне поля зрения решающего. Из школьной практики известно, что одни задачи вызывают у школьников желание их решать в большей мере, а другие – в меньшей. Это желание вызывается формулировкой задачи, информацией, включенной в нее, содержанием, фигурирующим в ней. Задача может быть внешне привлекательна для ребенка, ее формулировка может вызывать у него любопытство, интерес. Из чего следует,

что эстетический потенциал задачи при- сущ прежде всего таким ее компонентам, как условие (*A*) и заключение (*B*). Назо- вем эту эстетику задачи внешней эстети- кой, непосредственной данной человеку в его зрительных, слуховых или иных ощу- щениях. Она может проявляться в сле- дующем: в наличии необычной формули- ровки условия или заключения (сказоч- ной, стихотворной формы); в наличии красивого чертежа или рисунка к условию задачи; в наличии неожиданных (число- вых, геометрических, алгебраических и др.) соотношений, содержащихся в тек- сте; в использовании особой аналитиче- ской записи (представленной, например, в симметричной форме или с использо- ванием всех цифр, записанных в порядке возрастания, и т. п.); в присутствии в формулировке задачи исторического, прикладного или иного познавательного материала и т. д.

Поскольку все такие эстетические проявления непосредственно связаны с формулировкой, информацией, содержа- щейся в ней, то разумно назвать этот ас- пект эстетики математической задачи *ин- формационно-содержательным*.

Однако одной внешней привлека- тельностью эстетический потенциал ма- тематической задачи не исчерпывается. Хорошо известно, что человека увлекает и сам процесс решения, а точнее говоря, процесс поиска решения, процесс преоб- разования выражения, процесс логическо- го обоснования утверждения или цепочки утверждений, процесс построения графика сложной функции, процесс примене- ния алгоритма, правила или формулы. Эти эстетические проявления прямо со- относимы с таким компонентом матема- тической задачи, как базис решения (*C*), непосредственно не представленным в формулировке задачи и не данным чело- веку в его ощущениях. Этот аспект эсте- тики математической задачи условно мож-

но назвать *поисково-эвристическим*. Он особенно свойствен задачам на достраи- вание фигур; на перекраивание фигур; на определение маршрута; на переливание жидкостей; на построение всевозможных сечений и др.

При решении подобных задач, учени- ку приходится овладевать нестандартными способами решения, использовать в про- цессе обдумывания хода решения разнооб- разные мыслительные операции: анализ, синтез, сравнение, классификацию, анало- гию, обобщение – и тем самым развивать свои интеллектуальные способности.

Эстетические чувства вызывает и найденный в результате способ решения задачи или полученный ответ. Здесь внут- ренняя эстетика переплетается с внешней. Внутреннее удовлетворение от найденно- го решения усиливается в случае привле- кательности того выражения, посредст- вом которого выражен (записан) получен- ный результат. Решающий стремится при- дать результату более совершенную фор- му: более компактную запись, более лако- ничное предложение, более красивый ри- сунок или чертеж. Учитель же, прове- ряющий решение ученика, как правило, дает ему советы аналогичного толка. Здесь, как видим, эстетические проявления свя- заны с компонентом способ решения (*R*) или с продуктом решения. Может поя- виться и желание найти другие решения (другие продукты) задачи. С каждым най- денным решением прирастает потенциал этого аспекта эстетики математической задачи. Одновременно увеличивается и потенциал поисково-эвристической эсте- тики. Наконец может появиться и жела- ние видоизменить исходную задачу и найти ее решения, что приведет к появле- нию новых продуктов и будет способст- вовать развитию творческих начал обу- чаемого. Разумно назвать этот аспект эсте- тики математической задачи *продук- тивно-творческим*. Он свойствен зада-

чам, которые имеют: простой ответ при наличии громоздкого решения; числовой ответ при отсутствии числовых данных в условии; несколько способов решения; оригинальное решение; неожиданный ответ; контрастность формулировки задачи и ее решения и др.

Очевидно, реальной математической задаче в конкретных условиях обучения может быть свойствен как один или два из охарактеризованных выше аспектов эстетического воздействия на ребенка, так и все три одновременно. Каждый из них усиливает совокупный эффект эстетической значимости задачи для школьника. Решение таких задач, сопровождаемое переживанием глубоких эстетических чувств, способствует не только активизации мыслительной деятельности учащегося, но и духовному обогащению ребенка, становлению его личности.

Соединяя воедино выделенные выше аспекты эстетического потенциала математической задачи, можно получить простейшую его структурную модель (рис. 1).

Исходя из представленной модели эстетического потенциала математической задачи, «красивая» задача будет определяться как задача, условие и заключение которой привлекают ребенка, вызывают у него интерес, процесс решения увлекает его, доставляет интеллектуальное удоволь-

ствие, а полученные результаты вдохновляют личность, становятся предметом ее гордости.



Рис. 1. Составляющие эстетического потенциала математической задачи

При правильно поставленном обучении математике акцент в понимании учащимися красоты математической задачи постепенно смещается с внешнего ее аспекта, данного в ощущениях, на внутренний, постигаемый разумом.

Использование «красивых» задач в процессе изучения школьного курса математики, способствуя развитию эстетического вкуса учащихся, обеспечивает и развитие творческого математического мышления, общей креативности детей, что особенно важно в условиях гуманизации отечественного образования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биркгоф Г. Математика и психология. М.: Сов. радио, 1977. 96 с.
2. Болтянский В. Г. Математическая культура и эстетика // Математика в школе. 1982. № 2. С. 40–43.
3. Власова О. В. К вопросу об эстетике математической задачи // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Вып. 9: Периодический межвузовский сборник научно-методических работ. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2007. С. 170–175.
4. Гусева Н. В. Теоретические и методические основы раскрытия эстетического потенциала школьного курса математики при обучении в 5–6 классах. Автореф. дис. ... канд. пед. наук. Арзамас, 1999.
5. Саранцев Г. И. Эстетическая мотивация в обучении математике. Саранск, 2003. 136 с.

ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ, ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ

6. *Саранцев Г. И., Миганова Е. Ю.* Эстетические мотивы продвигают решение задачи // Математика в школе. 2002. № 7. С. 26–30.

7. Хрестоматия по методике обучения математике: Обучение через задачи / Сост. М. И. Зайкин, С. В. Арюткина. Арзамас: АГПИ, 2005. 300 с.

8. *Якир М. С.* Что же такое красивая задача? // Математика в школе. 1989. № 6. С. 41–46.