

**ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В КРИСТАЛЛАХ
С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЗАКОНОМ ДИСПЕРСИИ
НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПРОИЗВОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

В кристаллах типа висмута экспериментальные зависимости явлений переноса от температуры, содержания легирующих примесей, магнитного поля хорошо аппроксимируются результатами численного моделирования на основе установленных для этих кристаллов закономерностей энергетического спектра механизмов релаксации носителей заряда без общепринятых упрощающих предположений. Разработанный подход может быть использован при анализе электронных явлений переноса в электропроводящих кристаллах любого типа.

Изучение явлений переноса в твердых телах создает основу для многочисленных возможных применений твердых тел в приборостроении и технике. Теория электронных явлений переноса в кристаллах основывается на уравнении Больцмана [1, 2]. При этом аналитическое представление результатов возможно только в случае простейших предположений об энергетическом спектре и времени релаксации носителей заряда, а также в асимптотике слабого или классически сильного магнитного поля, в случаях невырожденного или сильно вырожденного состояния системы носителей заряда. Все это ограничивает возможности получения точных количественных результатов при описании явлений переноса и использования результатов экспериментального измерения коэффициентов переноса для исследования энергетического спектра и механизмов рассеяния носителей заряда в твердых телах. Поэтому задача разработки методов описания явлений переноса в кристаллах с произвольным законом дисперсии носителей заряда в произвольном магнитном поле является весьма актуальной. Особенно эта задача является важной для кристаллов полуметаллов и узкозонных полупроводников, отличающихся сильной неквадратичностью и анизотропией электронного энергетического спектра, малыми эффективными массами и высокими подвижностями носителей заряда, сильной зависимостью электронных явлений переноса от магнитного поля [3–6]. В представленной работе задача описания электронных явлений переноса в кристаллах типа висмута в произвольных магнитных полях решается методом компьютерного моделирования с применением численных методов.

***Электронный энергетический спектр
в кристаллах висмута и твердых растворов висмут-сурьма***

Энергетический спектр носителей заряда в кристаллах висмута и сплавов висмут-сурьма к настоящему времени можно считать хорошо исследованным [3–6]. Для описания закона дисперсии носителей заряда наиболее адекватной является модель Мак-Клюра и Чоя [7], или эквивалентная ей модель Волкова—Фальковского [8, 9]. В атомной системе единиц Хартри ($\hbar = 1$, $C = 1$, $m_e = 1$, 1

Хартри = 2 Ry (Ридберг) $\approx 2,72$ эВ.) выражение для закона дисперсии носителей заряда L-экстремумов в кристаллах типа висмута в системе координат, связанной с осями симметрии кристалла [3–6], дается выражением [7]:

$$E_+ * E_- = f;$$

$$E_+ = E + \frac{1}{2} (E_g + \alpha_{v11} k_x^2 + \alpha_{v22} k_y^2 + \alpha_{v33} k_z^2 + 2\alpha_{v23} k_y k_z);$$

$$E_- = E - \frac{1}{2} (E_g + \alpha_{c11} k_x^2 + \alpha_{c22} k_y^2 + \alpha_{c33} k_z^2 + 2\alpha_{c23} k_y k_z); \quad (1)$$

$$f = Q_{11}^2 k_x^2 + Q_{22}^2 k_y^2 + Q_{33}^2 k_z^2 + P_{222} k_y^4 + P_{223} k_y^3 k_z + (P_{233} k_z^2 + P_{1122} k_x^2) k_y^2.$$

При описании явлений переноса, которые определяются суммарным вкладом носителей заряда трех симметрично расположенных в точках L зоны Бриллюэна изоэнергетических поверхностей, можно пренебречь коэффициентами P_{ijkl} , характеризующими слабое отклонение изоэнергетических поверхностей от формы эллипсоида [3, 5]. Во многих случаях [3, 4] также можно пренебречь малым, около 6° , углом наклона изоэнергетических поверхностей носителей заряда L-экстремумов к тригональной плоскости и принять в выражении (1) значения коэффициентов α_{23} равными нулю.

В настоящее время наиболее надежные и точные значения коэффициентов в выражении (1) получены Я. Г. Пономаревым с сотрудниками на основе экспериментов по исследованию эффекта Шубникова—де Гааза в монокристаллах висмута и сплавов висмут-сурьма, слабо легированных оловом и теллуром [10–13]

$$E_{gL} = (-10 + 250) \text{ мЭВ};$$

$$Q_{11} = 0,454 - 0,158x;$$

$$Q_{33} = 0,342 - 0,013x; \quad (2)$$

$$\alpha_{c22} = 1,00; \alpha_{v22} = 0,63;$$

$$E = (E_F + E_{gL}/2) = (-40 + 264x) \text{ мЭВ}; (0,22 \leq x \leq 0,60).$$

Для кристаллов висмута при $T = 4,2$ К перекрытие зон L-электронов и T-дырок составляет $\Delta E_{\text{п}} = 42,5$ мЭВ. Энергия Ферми для электронов и дырок соответственно составляет $E_{F\text{н}} = 30,0$ мЭВ, $E_{F\text{р}} = 12,5$ мЭВ. Энергетическая щель между экстремумами валентной зоны и зоны проводимости в точке L зоны Бриллюэна составляет $|E_{gL}| = 10 \pm 2$ мЭВ.

Значения коэффициентов $\alpha_{11} = 24 \pm 2$ и $\alpha_{33} = 12 \pm 1$ определены по результатам экспериментального исследования спектров плазменного отражения в кристаллах висмута и сплавов висмут-сурьма, легированных донорной примесью теллура [3, 4, 14, 15].

С учетом сделанных упрощений, для практического применения, в частности для определения плотности электронных состояний, из соотношения (1) можно выразить энергию носителей заряда в явном виде:

$$E = -\frac{E_g}{2} + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 \Delta\alpha_i k_i^2 \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(E_g + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \tilde{\alpha}_i k_i^2 \right)^2 + \sum_{i=1}^3 Q_i^2 k_i^2} . \quad (3)$$

В соотношении (3) введены обозначения $\Delta\alpha = \alpha_{iC} - \alpha_{iV}$ и $\tilde{\alpha} = \alpha_{iC} + \alpha_{iV}$. На основе соотношения (3) можно получить выражения для скорости носителей заряда, динамической эффективной массы или эффективной массы плотности состояний:

$$v_i = \frac{\Delta\alpha_i k_i}{2} \pm \frac{\frac{1}{4} \left(E_g + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \tilde{\alpha}_j k_j^2 \right) \tilde{\alpha}_i k_i + Q_i^2 k_i}{\sqrt{\frac{1}{4} \left(E_g + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \tilde{\alpha}_j k_j^2 \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \tilde{\alpha}_j k_j^2}} ; \quad (4)$$

$$\frac{1}{m_i^*} = \frac{1}{p_i} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_i}, \quad \frac{1}{m_{ij}^*} = \frac{\partial^2 E}{\partial p_i \partial p_j}; \quad (5)$$

$$g(E) = \frac{1}{4\pi^3} \oint_S \frac{dS'}{|\nabla_k E|}. \quad (6)$$

Концентрацию носителей заряда в расчете на одну замкнутую изоэнергетическую поверхность в окрестности точек L зоны Бриллюэна с учетом функции распределения Ферми—Дирака

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) + 1} \quad (7)$$

вычисляем по формуле

$$n = \int_0^{\infty} g(E) f(E) dE . \quad (8)$$

Применение численного моделирования коэффициентов переноса в кристаллах типа висмута необходимо для повышения точности описания явлений переноса в этих кристаллах, зависимости коэффициентов переноса от температуры, концентрации легирующих примесей, магнитного поля, так как многочисленны попытки вычисления коэффициентов переноса с применением различных упрощающих предположений [16–21] не принесли ожидаемых результатов.

Коэффициенты переноса в кристаллах нелегированного висмута при отсутствии магнитного поля

Коэффициенты переноса в кристаллах висмута исследованы достаточно детально. Поэтому можно произвести исследование применимости разрабатываемого подхода к моделированию коэффициентов переноса в кристаллах висмута при отсутствии магнитного поля. Однако для исследования точности моделирова-

ния величины и температурной зависимости коэффициентов переноса в интервале 77–300 К были дополнительно произведены контрольные эксперименты на монокристаллах дополнительно очищенного висмута, выращенных в лаборатории полуметаллов РГПУ им. А. И. Герцена методом горизонтальной зонной перекристаллизации [3]. Эти уточненные результаты контрольного эксперимента приведены на рис. 1 и 2 вместе с литературными данными [5] для области низких температур.

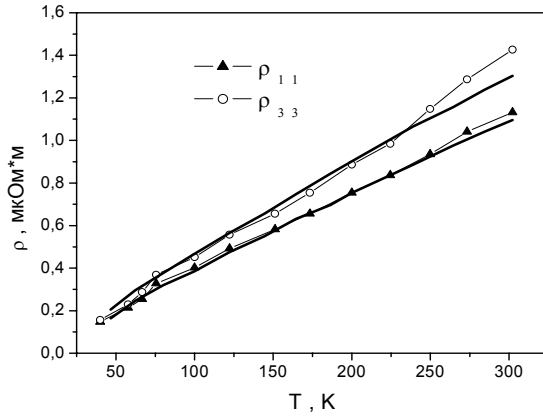


Рис. 1. Удельное сопротивление кристаллов висмута.

Сплошные линии — результаты расчета

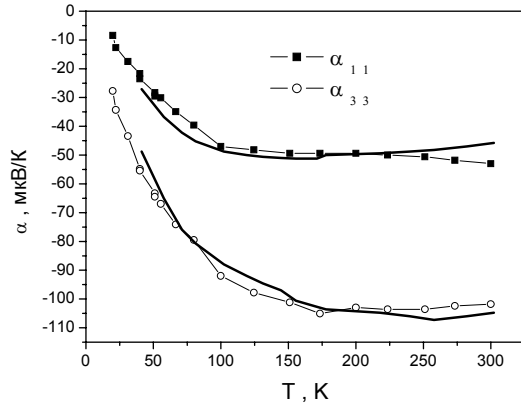


Рис. 2. ТермоЭДС кристаллов висмута.

Сплошные линии — результаты расчета

Для расчета кинетических коэффициентов использовалось классическое решение уравнения Больцмана [1, 2] с описывающей действие возмущения составляющей функции распределения в виде

$$f_1 = -\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}(\vec{\Phi}, \vec{v}), \quad (9)$$

где \vec{v} — скорость носителей заряда. Векторная функция возмущения при наличии градиента температуры, электрического и магнитного полей имеет вид

$$\vec{\Phi} = \frac{\vec{A} + e\tau \left[\hat{m}^{-1} \vec{A}, \vec{B} \right] + \frac{e^2 \tau^2}{|m|} (\vec{A}, \vec{B}) \hat{m} \vec{B}}{1 + \frac{e^2 \tau^2}{|m|} (\vec{B}, \hat{m}^{-1} \vec{B})}, \quad (10)$$

где

$$\vec{A} = \tau (T \nabla_r \frac{\varepsilon - \mu}{T} + e \vec{E}), \quad (11)$$

\vec{E}, \vec{B} — напряжённость электрического и индукция магнитного полей, τ — время релаксации, \hat{m}^{-1} — тензор обратной эффективной массы носителей заряда,

$$\varphi = 1 + \frac{e^2 \tau^2}{|m|} (B, \hat{m} \vec{B}), \quad (12)$$

через $|m|$ обозначен модуль тензора эффективной массы.

В том случае, когда магнитное поле отсутствует, функция $\vec{\Phi}$ не зависит от эффективной массы носителей заряда и зависит только от энергии. Ее компоненты равны

$$\Phi_i(\varepsilon) = A_i = \tau(T\nabla_i \frac{\varepsilon - \mu}{T} + eE_i). \quad (13)$$

Выражение для компонента плотности электрического тока

$$j_i = -e \int_0^{\infty} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} A_i g_i(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (14)$$

в свою очередь, также содержит интегральное выражение для зависящей от конкретного вида закона дисперсии носителей заряда так называемой транспортной плотности состояний

$$g_{ij}(E) = \frac{1}{4\pi^3} \oint_S \frac{v_i v_j dS}{|\nabla_k E|} = g_i(\varepsilon) = \frac{8}{4\pi^3} \oint_{S_{\perp}} |v_i| dS_{\perp}. \quad (15)$$

Для вычисления плотности электрического тока необходимо рассчитать вклады носителей заряда каждой из изоэнергетических поверхностей и затем вычислить суммарную величину плотности электрического тока в данном кристаллографическом направлении [3, 5]. Для кристаллов висмута актуальными являются система трех эквивалентных проводимостей (L-электронов), трех квазиэллипсоидальных изоэнергетических поверхностей валентной зоны (L-дырок) с законом дисперсии (1) и одного экстремума валентной зоны (T-дырок), для носителей заряда которого хорошим приближением является квадратичный закон дисперсии [3–6]. Интегралы (14, 15) для носителей заряда каждой изоэнергетической поверхности с учетом конкретного закона дисперсии были вычислены с применением численного метода Симпсона. Итоговая величина плотности электрического тока вычислялась с учетом сложной зонной структуры, следуя работам [3, 5]. Значения коэффициентов электропроводности получены при $\text{grad}T = \nabla T = 0$ в выражении (13). Коэффициенты термоЭДС получены при наличии градиента температуры $\text{grad} T = \nabla T \neq 0$ в (13) и при условии равенства нулю полной плотности электрического тока через кристалл.

Результаты расчета удельного сопротивления и термоЭДС кристаллов висмута в сравнении с экспериментальными данными представлены на рис. 1–2. На этих рисунках линиями с точками обозначены экспериментальные зависимости, а сплошными линиями — результаты расчета. Среднеквадратичное отклонение расчетных кривых от экспериментальных не превышает 4%.

Из приведенных результатов можно сделать вывод, что использование модели Мак-Клора и Чоя (1) закона дисперсии носителей заряда L-экстремумов в кристаллах висмута позволяет достичь высокой точности при расчете кинетических коэффициентов.

**Гальваномагнитные явления в кристаллах типа висмута
в произвольном магнитном поле**

Для расчета кинетических коэффициентов использовалось квазиклассическое приближение решения уравнения Больцмана [1, 2] с неравновесной добавкой к функции распределения носителей заряда в виде формул (9, 10). При отсутствии градиента температуры векторная функция возмущения равна

$$\vec{\Phi}(\varepsilon) = \frac{e\tau}{\varphi} (\vec{E} + e\tau[m \hat{\ }^{-1} \vec{E}, \vec{B}]). \quad (16)$$

Тогда плотность электрического тока может быть выражена следующим образом:

$$j_i = -\frac{e}{4\pi^3} \int \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{e\tau}{\varphi} (E_i + e\tau[m \hat{\ }^{-1} \vec{E}, \vec{B}]_i) v_i^2 d\tau_k. \quad (17)$$

Представление компонентов векторного произведения с помощью тензора знака δ_{ijk} позволяет вынести компоненты силовых полей за знак интегралов

$$j_i = -e^2 E_i \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tau g_i(\varepsilon, B) d\varepsilon - \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 e^3 \delta_{ijk} E_j B_k \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tau^2 g_{ji}(\varepsilon, B) d\varepsilon. \quad (18)$$

В интегралах (18) введены обозначения:

$$g_i(\varepsilon, B) = \frac{1}{4\pi^3} \oint_{s(\varepsilon)} \frac{v_i^2 ds}{\varphi |\vec{\nabla}_k \varepsilon|}, \quad (19)$$

$$g_{ji}(\varepsilon, B) = \frac{1}{4\pi^3} \oint_{s(\varepsilon)} \frac{m_{ij}^{-1} v^2 ds}{\varphi |\vec{\nabla}_k \varepsilon|}. \quad (20)$$

Существенной особенностью соотношений (19, 20) является то, что компоненты вектора магнитной индукции входят в выражения (19, 20) под знаком интеграла. Для произвольных магнитных полей нет оснований для упрощения выражений (18–20) с использованием разложения в ряд по степеням B или $(1/B)$ и вынесением компонентов вектора магнитной индукции из-под знака интеграла, как это допустимо в пределах слабого или классически сильного магнитного поля [1, 2].

Далее введем обозначения

$$\sigma_i = -e^2 \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tau g_i(\varepsilon, B) d\varepsilon, \quad (21)$$

$$C_{ji} = -e^2 \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tau g m_{ji}(\varepsilon, B) d\varepsilon, \quad (22)$$

что позволяет записать выражение для компонента плотности электрического тока носителей заряда одной из изоэнергетических поверхностей следующим образом:

$$j_i = \sigma_i E_i + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 e \delta_{ijk} C_{ji} E_j B_k. \quad (23)$$

Для кристаллов типа висмута в приближении аддитивного вклада в электрический ток носителей заряда трех электронных (L) и одной дырочной (T) изоэнергетических поверхностей с учетом свойств симметрии получим окончательные выражения для компонентов коэффициента Холла и электропроводности в магнитном поле:

$$R_{321} = \frac{C_{32}^T - C_{32}^s + C_{32}^a + \frac{3}{2} C_{31}^{a'} + \frac{1}{2} C_{32}^{a'} - \frac{3}{2} C_{31}^{s'} - \frac{1}{2} C_{32}^{s'}}{(\sigma_2^s + \sigma_2^a + \sigma_2^T + \frac{3}{2} \sigma_1^{s'} + \frac{1}{2} \sigma_2^{s'} + \frac{3}{2} \sigma_1^{a'} + \frac{1}{2} \sigma_2^{a'})} \sigma_{33}(B_1); \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33}(B_1) &= \sigma_3^s + \sigma_3^a + \sigma_3^T + 2\sigma_3^{s'} + 2\sigma_3^{a'} + \\ &+ (C_{23}^a + C_{23}^T - C_{23}^s + \frac{3}{2} C_{13}^{a'} + \frac{1}{2} C_{23}^{a'} - \frac{3}{2} C_{13}^{s'} - \frac{1}{2} C_{23}^{s'}) \times \\ &\times \frac{C_{32}^T - C_{32}^s + C_{32}^a + \frac{3}{2} C_{31}^{a'} + \frac{1}{2} C_{32}^{a'} - \frac{3}{2} C_{31}^{s'} - \frac{1}{2} C_{32}^{s'}}{(\sigma_2^s + \sigma_2^a + \sigma_2^T + \frac{3}{2} \sigma_1^{s'} + \frac{1}{2} \sigma_2^{s'} + \frac{3}{2} \sigma_1^{a'} + \frac{1}{2} \sigma_2^{a'})} B_1^2; \end{aligned} \quad (25)$$

$$R_{231} = - \frac{C_{23}^T - C_{23}^s + C_{23}^a + \frac{3}{2} C_{13}^{a'} + \frac{1}{2} C_{23}^{a'} - \frac{3}{2} C_{13}^{s'} - \frac{1}{2} C_{23}^{s'}}{\sigma_3^s + \sigma_3^a + \sigma_3^T + 2\sigma_3^{s'} + 2\sigma_3^{a'}} \frac{1}{\sigma_{22}(B_1)}; \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{22}(B_1) &= \sigma_2^s + \sigma_2^T + \sigma_2^a + \frac{3}{2} \sigma_1^{a'} + \frac{1}{2} \sigma_2^{a'} + \frac{3}{2} \sigma_1^{s'} + \frac{1}{2} \sigma_2^{s'} + \\ &+ (C_{32}^T - C_{32}^s + C_{32}^a + \frac{3}{2} C_{13}^{a'} + \frac{1}{2} C_{32}^{a'} - \frac{3}{2} C_{13}^{s'} - \frac{1}{2} C_{32}^{s'}) \times \\ &\times \frac{(C_{23}^a + C_{23}^T - C_{23}^s + \frac{3}{2} C_{13}^{a'} + \frac{1}{2} C_{23}^{a'} - \frac{3}{2} C_{13}^{s'} - \frac{1}{2} C_{23}^{s'})}{\sigma_3^s + \sigma_3^a + \sigma_3^T + 2\sigma_3^{s'} + 2\sigma_3^{a'}} B_1^2. \end{aligned} \quad (27)$$

В выражениях (24)–(27) верхние индексы s , a , T обозначают вклады экстремумов зоны проводимости и валентной зоны, индекс ($'$) обозначает вклады носителей заряда изоэнергетических поверхностей, оси которых повернуты относительно выбранной кристаллографической системы координат на $\pm 120^\circ$.

Аналогично определяются другие компоненты коэффициента Холла и электропроводности в магнитном поле, через которые выражаются компоненты удельного сопротивления в магнитном поле [1, 2].

Расчет интегралов в выражениях (18–22) выполнялся численно, методом Симпсона. Численное моделирование электронных явлений переноса было выполнено для кристаллов типа висмута с большим диапазоном изменения соотношения компонентов в сплавах висмут-сурьма, концентрации легирующих примесей в произвольных магнитных полях. В настоящей статье для сравнения результатов расчета с экспериментом приведены данные для магнитополевых зависимостей коэффициента Холла и магнетосопротивления кристаллов висмута, легированных донорной примесью теллура, а также содержащих наряду с донорной примесью теллура акцепторную примесь олова. Выбор кристаллов был обусловлен как изменением соотношения концентрации носителей заряда по сравнению с кристаллами нелегированного висмута, так и существенной ролью рассеяния носителей заряда на примесях наряду с фоновым механизмом рассеяния. Результаты расчета в сравнении с экспериментом для кристаллов $\text{Bi}_{99.95}\text{-Te}_{0.05}$ и $\text{Bi}_{99.95}\text{-Sn}_{0.035}\text{-Te}_{0.015}$ приведены на рис. 3–6. Расчетные кривые изображены сплошными линиями. Как видно из рисунков, расчет хорошо согласуется с экспериментом. Среднеквадратичное отклонение расчетных кривых от экспериментальных не превышает 10%. Из этого можно сделать вывод, что построенная модель достаточно адекватно описывает явления переноса в кристаллах типа висмута в магнитном поле.

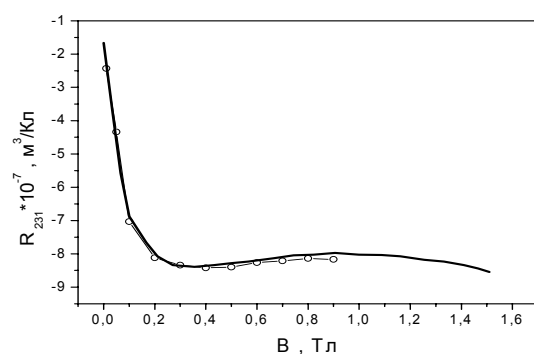


Рис. 3. Зависимость коэффициента Холла от магнитного поля кристалла $\text{Bi}_{99.95}\text{-Te}_{0.05}$ при $T = 78$ К. Сплошные линии — результаты расчета

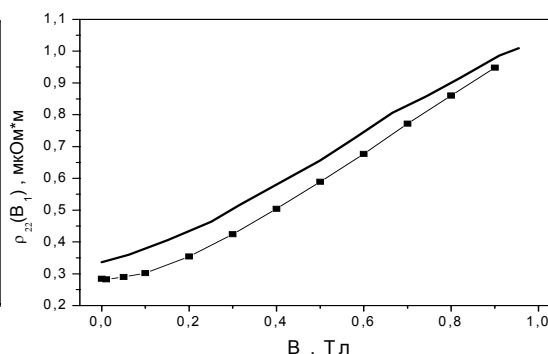


Рис. 4. Зависимость удельного сопротивления от магнитного поля кристалла $\text{Bi}_{99.95}\text{-Te}_{0.05}$ при $T = 78$ К. Сплошные линии — результаты расчета

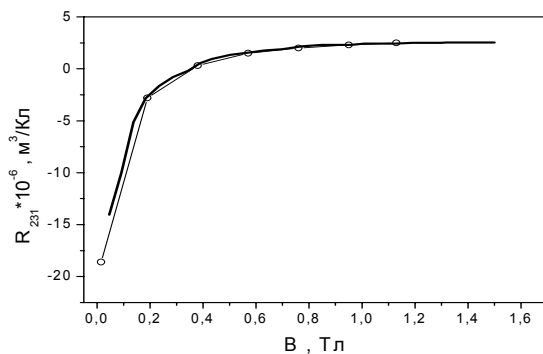


Рис. 5. Зависимость коэффициента Холла от магнитного поля кристалла $\text{Bi}_{99.95}\text{-Sn}_{0.035}\text{-Te}_{0.015}$ при $T = 78 \text{ K}$. Сплошные линии — результаты расчета

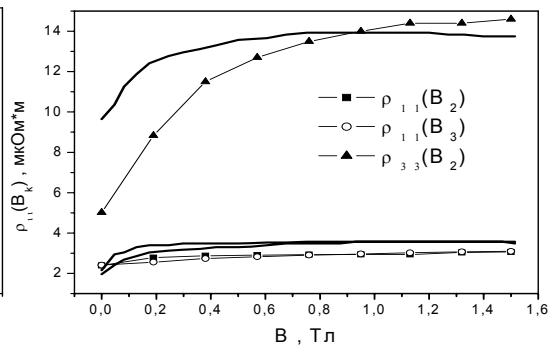


Рис. 6. Зависимость удельного сопротивления от магнитного поля кристалла $\text{Bi}_{99.95}\text{-Sn}_{0.035}\text{-Te}_{0.015}$ при $T = 78 \text{ K}$. Сплошные линии — результаты расчета

В ы в о д ы

1. Численное моделирование коэффициентов переноса в кристаллах типа висмута без упрощающих предположений об электронном энергетическом спектре, степени вырождения носителей заряда, приближении слабого или классически сильного магнитного поля обеспечивает адекватное описание коэффициентов переноса с достаточной степенью точности.

2. Результаты численного расчета магнитополевых зависимостей явлений переноса в кристаллах типа висмута удовлетворительно согласуются с экспериментом при расчете интегралов переноса с компонентами магнитного поля под знаком интеграла.

3. Применение разработанного метода к анализу явлений переноса в кристаллах типа висмута обеспечивает возможность получения точной информации об энергетическом спектре и механизмах релаксации носителей заряда в этих кристаллах.

4. Разработанный метод численного моделирования явлений переноса в кристаллах типа висмута может быть использован для теоретического анализа электронных явлений переноса в кристаллах любого типа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М., 1978.
2. Аскеров Б. М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М., 1985.
3. Иванов Г. А., Грабов В. М. Физические свойства кристаллов типа висмута // ФТП, 1995. Т. 29. № 5/6. С. 1040–1050.
4. Степанов Н. П., Грабов В. М. Взаимодействие электромагнитного излучения с кристаллами висмута и сплавов висмут-сурьма в области плазменных эффектов. СПб., 2003.
5. Гицу Д. В., Голбан И. М., Канцер В. Г., Мунтяну Ф. М. Явления переноса в висмуте и его сплавах. Кишинев, 1983.
6. Соболев В. В. Энергетическая структура узкозонных полупроводников. Кишинев, 1983.

7. McClure J. M., Choi K. H. Energy Band Model and Properties of Electrons in Bismuth // Solid State Commun. 1977. V. 21. № 11. P. 1015–1018.
8. Волков Б. А., Фальковский Л. А. Электронная структура полуметаллов группы V // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 6(12). С. 2135–2151.
9. Дорофеев Е. А., Фальковский Л. А. Электронная структура висмута. Теория и эксперимент // ЖЭТФ. 1984. Т. 84. № 6(12). С. 2202–2213.
10. Миронова Г. А., Пономарев Я. Г. О законе дисперсии носителей тока у сплавов $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ при $x < 0,12$ // ФНТ. 1979. Т. 5. № 5. С. 542–546.
11. Миронова Г. А. и др. Исследование зонной структуры полупроводниковых сплавов $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ / Г. А. Миронова, М. В. Судакова, Я. Г. Пономарев // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 5. С. 1830–1851.
12. Миронова Г. А. и др. Закон дисперсии носителей в сплавах $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ / Г. А. Миронова, М. В. Судакова, Я. Г. Пономарев // ФТТ. 1980. Т. 22. № 12. С. 3628–3634.
13. Пономарев Я. Г., Судакова М. В. Энергетический спектр сплавов $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ // Полупроводники с узкой запрещенной зоной и полуметаллы: Мат-лы VII Всесоюзн. симпоз. Ч. II. Львов, 1986. С. 164–166.
14. Грабов В. М., Мальцев А. С. Анизотропия плазменного отражения и закон дисперсии электронов в висмуте, легированном донорными примесями // Полупроводники с узкой запрещенной зоной и полуметаллы: Мат-лы VI Всесоюзн. симпоз. Львов, 1983. С. 231–232.
15. Грабов В. М., Кудачин В. В., Мальцев А. С. Анизотропия плазменного отражения и закон дисперсии электронов в сплавах висмут-сурьма, легированных донорными примесями // Полупроводники с узкой запрещенной зоной и полуметаллы: Мат-лы VII Всесоюзн. симпоз. Львов, 1986. Ч. II. С. 167–169.
16. Nielsen H. The intervalley scattering in Bi and its influence on the transport properties at intermediate temperatures // J. Phys. F: Metal. Phys. 1978. V. 8. № 1. P. 141–149.
17. Uher C. et al. Thermomagnetic Effects in Tin-Doped Bismuth / C. Uher, H. J. Goldsmid, J. R. Drabble // Phys. Stat. Sol. (b). 1975. V. 68. № 2. P. 709–717.
18. Cheruvier E., Hansen O. P. On the interpretations of the galvanomagnetic and thermomagnetic data for bismuth // J. Phys. C. Solid State Phys. 1975. V. 8. № 16. P. L346–L350.
19. Heremans J, Hansen O. P. Influence of non-parabolicity on intravalley electron-phonon scattering; the case of bismuth // J. Phys. C. Solid State Phys. 1979. V. 12. № 17. P. 3483–3496.
20. Mikhail F. J. et al. Diffusion thermoelectric power of bismuth in non quantising magnetic fields. Pseudo-parabolic model / F. J. Mikhail, O. P. Hansen, H. Nielsen // J. Phys. C. Solid State Phys. 1980. V. 13. № 8. P. 1697–1713.
21. Равич Ю. И. и др. Термогальваномагнитные эффекты в висмуте / Ю. И. Равич, Ю. В. Иванов, А. В. Рапопорт // ФТП. 1995. Т. 29. № 5/6. С. 884–894.

V. Grabov, A. Parakhin

**TRANSPORT PHENOMENA IN CRYSTALS WITH
OF ARBITRARY DISPERSION LAW OF CHARGE CARRIERS
IN AN ARBITRARY MAGNETIC FIELD**

In bismuth type crystals experimental dependences of transport phenomena on temperature, contents of doped impurities, and the magnetic field are fully approximated by results of a numerical modeling on the basis of the established for these crystals regularities of an energy spectrum of mechanisms and relaxation of charge carriers without generally accepted simplifying assumptions. The designed approach can be utilized for the analysis of electronic transport phenomena in conducting crystals of any type.