А. М. Балонишников

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС И РАЗВИТАЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

Рассмотрены статьи, поддерживающие концепцию развитой гидродинамической турбулентности как детерминированного хаоса. Приводятся и конкурирующие точки зрения.

A. Balonishnikov

DETERMINISTIC CHAOS AND FULLY-DEVELOPED HYDRODYNAMICAL TURBULENCE

Articles supporting the concept of fully-developed hydrodynamic turbulence as deterministic chaos are considered. Emphasis is made on experimental data for various types of turbulent flows; concurring conceptions are also regarded.

В 1953 году гидрометеоролог Лоренц [1, 2] исследовал на компьютере систему из трех нелинейных дифференциальных уравнений, которая описывала в некотором приближении режим тепловой конвекции в поле сил тяжести. Несмотря на то, что система не содержала случайных параметров, решение выглядело как хаотическое. Не зная об этой работе, Рюэль и Такенс [3] в 1971 году ввели понятие странного аттрактора (более точно следует, по-видимому, говорить касательно аттрактора Лоренца о странном хаотическом аттракторе). Под аттрактором понимают предельное множество, на которое в пределе устремления времени к бесконечности наматывается траектория системы из некоторого набора начальных данных. Если этот аттрактор имеет дробную размерность Хаусдорфа—Безиковича, то в этом случае говорят о фрактальном, или странном аттракторе. Если типичное поведение ближайших траекторий на аттракторе — экспоненциальное разбегание, то говорят о хаотическом аттракторе. Аттрактор системы Лоренца оказался странным и хаотическим. Впоследствии были обнаружены странные, но не хаотические аттракторы. Были обнаружены также хаотические нестранные аттракторы.

Привлекательность странно-аттракторной теории турбулентности [4] (также в этом случае говорят о детерминированном хаосе в турбулентности) состоит в том, что уже небольшое число степеней свободы — три и более — достаточно для объяснения хаотичности турбулентности. Однако развитая турбулентность, по-видимому, это не только временной, но и пространственный хаос, что осложняет теоретическое описание на уровне моделей турбулентности.

Каким же образом происходит переход от ламинарного течения к турбулентному? Согласно одному из первых сценариев такого перехода, предложенного Л. Д. Ландау [5, 6], при увеличении числа Рейнольдса ламинарное течение теряет устойчивость при некотором критическом числе Рейнольдса и становится периодическим во времени с одной характерной частотой, при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса в спектре мощности скорости появляется вторая частота, затем третья и т. д. В конце концов, дискретный спектр с большим числом характерных частот становится не отличим от сплошного спектра. Согласно современным экспериментальным данным, этот сценарий, по-видимому, не реализуется в гидродинамической турбулентности. Более часто реализуется сценарий Рюэля, Такенса и Ньюхауса [3], [7], согласно которому при некотором критическом числе Рейнольдса в результате бифуркации Андронова—Хопфа возникает периодическое течение с одной частотой, затем при увеличении числа Рейнольдса возникает квазипериодическое течение с двумя несоизмеримыми частотами, далее одна из частот запирается, и течение вновь становится периодическим. При еще большем числе Рейнольдса возникает течение с тремя несоизмеримыми частотами и одновременно появляется сплошная компонента, которая в дальнейшем увеличивает свою мощность. Так в системе образуется странный хаотический аттрактор. Такой сценарий экспериментально обнаружен в течении Тэйлора—Куэтта (течение между двумя соосными вращающимися цилиндрами) [8, 9], в расширяющемся—сжимающемся канале [10], сферическом течении Куэтта (близкий сценарий) [11] (отметим, что в работе [12] для этого же течения был зарегистрирован еще один известный сценарий перехода — через перемежаемость, при котором на фоне регулярного движения появляются островки хаотичного поведения, которые постепенно заполняют всю временную ось), при численном расчете в круглой трубе [13]. Иногда, по-видимому, при других параметрах геометрии реализуется сценарий Фейгенбаума [14, 15] бифуркаций удвоения периода, согласно которому при увеличении числа Рейнольдса, вначале при первом критическом числе, течение становится периодическим, при увеличении числа Рейнольдса при следующем критическом числе Рейнольдса течение увеличивает свой период вдвое, затем, при последующих критических числах Рейнольдса, течение каждый раз увеличивает свой период вдвое, и в конце концов, период становится равным бесконечности и в системе также образуется странный хаотический аттрактор.

Такой сценарий был зафиксирован в случае того же течения Тэйлора—Куэтта [16], в следе трехмерного цилиндра [17]. По-видимому, размерность странного аттрактора исключительно мала в течении Тэйлора—Куэтта [18], в сферическом течении Куэтта [19], в плоском слое смешения [20], в каверне [21], в следе за цилиндром [22], в пограничном слое [23]. Не обнаружены странные аттракторы в течении за решеткой [24]. По результатам численных экспериментов, проведенных методом прямого численного моделирования, корреляционная размерность аттрактора в трубе [25] составляет 15–20.

Какими же уравнениями описывается пространственно-временной хаос в развитой турбулентности? По мнению автора, существенным моментом здесь является концепция отрицательного коэффициента диффузии скорости диссипации турбулентной энергии, впервые выдвинутая автором данного обзора в докладе, прочитанном на Первой конференции по энергетике океана в 1983 году и опубликованном затем в работе [26]. Как впоследствии автор узнал, что предположение об отрицательной диффузии завихренности в развитой турбулентности было опубликовано ранее известным специалистом по нелинейной теории устойчивости Стюартом [27]. Поскольку динамика мелкомасштабной завихренности, как и динамика удельной скорости диссипации турбулентной энергии, определяются, по существу, вихрями одного масштаба, эти две концепции, по-видимому, близки. В дальнейшем автор ничего не обнаружил больше по этому поводу в научной литературе. Зато концепция отрицательного коэффициента турбулентной вязкости имеет длинную историю [28, 29, 30].

Простейшими системами, проявляющими эффект отрицательной вязкости, являются вторичные течения жидкости, осуществляемые периодической силой по одной из координат [28]. В работе [31] показано, что если сила в двух измерениях анизотропна, то может наблюдаться эффект отрицательной вязкости. В работе [32] показано, что сильная анизотропия течения может привести к эффекту отрицательной вязкости. Одна из последних работ, связанная с концепцией отрицательной вязкости, посвящена исследованию пента-гептодефектного хаоса (наряду с правильными шестиугольниками в системе возникают ячейки с пятью и семью сторонами) [33]. Детерминированный временной хаос обнаружен в различных каскадных моделях турбулентности, в которых рассматривается взаимодействие вихрей разного масштаба в некоторой области течения [34, 35]. Полукачественные соображения о возникновении детерминированного хаоса в гидродинамической турбулентности через сценарий удвоения периода Фейгенбаума приводятся в работе [36]. Представляют определенный интерес работы о связи странных аттракторов и турбулентности [37, 38].

Лишь в модели автора данного обзора обнаружен временной хаос, обусловленный взаимодействием энергосодержащих вихрей, распределенных поперек плоского течения Куэтта [39] в рамках однопараметрической «эпсилон-модели» турбулентности. Следует отметить, что стационарная точка модели удивительным образом соответствует профилю скорости Кармана [40]. Поскольку энергосодержащие вихри, расположенные поперек течения, имеют разные характерные времена, то полученная система оказывается жестко-неустойчивой, что требует разработки специальных алгоритмов.

Другой конкурирующий подход к описанию пространственно-временного хаоса развивается в работах [41, 42] и связан с образованием неустойчивостей типа кошачьего глаза (см. также [43, 44]). Общие вопросы пространственно-временного хаоса и порядка, также связанные с эффектом отрицательной диффузии, рассматриваются в работах [45, 46]. По мнению автора, трудности в решении проблемы построения малопараметрической модели турбулентности связаны с отсутствием согласия среди специалистов по поводу аналитической структуры мелкомасштабной турбулентности для широкого класса турбулентных течений несжимаемой жидкости. Часть видных исследователей считает, кроме того, что двухпараметрические модели типа «k-эпсилон» более адекватны действительности (см., например, [47]). Другие — считают, что однопараметрические модели лучше. По мнению автора данного обзора, однопараметрические модели более адекватны физике процесса, однако они испытывают трудности в описании течений, обладающих той или иной геометрической симметрией (круглая труба, плоский канал и т. п.), поскольку в течении имеются области, где локальный баланс энергии турбулентности как бы нарушается. Однако визуализация таких течений показывает, что индивидуальная реализация турбулентного течения теряет соответствующую геометрическую симметрию и от однопараметрических моделей следует требовать воспроизведения этого явления. То, что симметрия нарушается, подтверждается также некоторыми численными расчетами на основе уравнений Навье—Стокса [48]. Построенная автором этого обзора «эпсилон-модель» [39], по-видимому, также способна описать нарушение симметрии.

Особо отметим работу [49], авторы которой полагают, что развитую турбулентность можно описать динамикой небольшого числа коллективных мод с выходом системы на хаотический странный аттрактор (то есть турбулентность — это детерминированный хаос). Эти коллективные степени свободы отбираются с помощью разложения Кархунена—Лова, то есть это — разложение по собственным функциям интегрального оператора, ядром которого является автокорреляционная функция. Эта автокорреляционная функция определяется из данных прямого численного эксперимента.

Таким образом, имеются две конкурирующие концепции детерминированного хаоса в развитой турбулентности. Согласно работе автора данного обзора [39], детерминированный хаос определяется совместной динамикой крупномасштабных полей скорости и диссипации, в работе [49] речь идет лишь о полях скорости. В поддержку своей точки зрения отмечу, что локальный баланс энергии турбулентности действительно имеет место в развитой турбулентности, если удельную скорость диссипации турбулентной энергии определить как среднее по пространственной ячейке с длиной ребра, попадающей в инерционный диапазон [50]. Если считать, что эта диссипация не меняется на больших временах, что соответствует предположениям [49] (поскольку диссипация определяется мелкомасштабными модами), то, как показал численный эксперимент [51], динамика крупномасштабных мод скорости неустойчива по всем направлениям, не обеспечивает возвращаемость траектории, необходимую для существования странного аттрактора.

В отличие от странно-аттракторной теории турбулентности, существуют подходы, которые делают упор на воздействие шумов (флуктуаций) на крупномасштабную динамику. Первичным источником этих шумов могут быть тепловые флуктуации [52–54].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. *Lorenz E. N.* Maximum simplification of the dynamical equations // Tellus, 1960. Vol. 12. P. 243–254.

2. *Lorenz E. N.* Deterministic nonperiodic flow // J. Atmos. Sci. 1963. Vol. 20. P. 130.

3. *Ruelle D., Takens F.* On the nature of turbulence // Comm. Math. Phys. 1971. Vol. 20. P. 167–181.

4. *Марсден Дж., Мак-Кракен М.* Бифуркации рождения цикла и ее приложения / Пер. с англ. / Под ред. Н. Н. Баутина и Е. А. Леонтович. М., 1980.

5. *Ландау Л. Д.* К проблеме турбулентности // ДАН СССР. 1944. Т. 44. № 8. С. 339–342.

6. *Ландау Л. Д., Лившиц Е. М.* Гидродинамика. М., 1988.

7. *Newhouse S., Ruelle D., Takens F.* Occurence of strange axiom A attractors nea quasiperiodic flow on T^m, $m \geq 3$.

8. *Gollub P. A., Swinney H. L.* Onset of turbulence in a rotating fluid // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 927.

9. *Fenstermacher P. R., Swinney H. L., Gollub J. P.* Dynamic instability and the transition in chaotic Taylor vortex flow // J. Fluid Mech. 1979. Vol. 94. P. 103–128.

10. *Guzman A. M., Amon C. H.* Transition to chaos in convergent-divergent channel flows: Ruelle-Takens-Newhouse scenario // Phys. Fluids. 1994. Vol. 6. P. 1994–2002.

11. *Wulf P., Egbers C.* Routes to chaos in wide-gap spherical Couette flow // Phys. Fluids. 1999. Vol. 11. P. 1359–1381.

12. *Герценштейн С. Я., Жиленко Д. Ю., Кривоносова О. Э.* Экспериментальное исследование режимов перемежаемости в сферическом течении Куэтта // ДАН 2003. Т. 390. № 4. С. 478–483.

13. *Francisko G., Santos C. R.* Transition to turbulence in the Reynolds experiment // Physica A. 2001. Vol. 297. P. 73–78.

14. *Feigenbaum M.* Qualitative universality of a class of nonlinear transformations // Journal of statistical physics. 1978. Vol. 19. P. 131–140.

15. *Feigenbaum M.* The transition to aperiodic behavior in turbulent systems // Comm. Math. Phys. 1980. Vol. 77. P. 65.

16. *Pfister G.* // Lect. Notes in Physics. 1985. Vol. 235. P. 199–210.

17. *Rockwell D., Nuzzi F., Magness C.* Period doubling in the wake of a three-dimensional cylinder // Physics of fluids. 1991. Vol. A 3. № 6. P. 1477–1478.

18. *Brandstater A. et al.* Low-dimensional chaos in hydrodynamical systems // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. № 16. P. 1442–1445.

19. *Яворская И. М., Беляев Ю. Н.* Переход к хаосу и характеристика хаотических режимов в сферическом течении Куэтта. М., 1988.

20. *Aliabadi P. et al.* Chaotic Analysis of a Two-Stream Plane Mixing Layer // AIAA-Paper. 1987. № 87. 0223.

21. *Crepeau J. C., Isaakson L. K.* Unstable burst in the near region of an internal shear layer // AIAA/ASME/APS. 1-st National Fluid Dynamics Congress. 1988. Pt. 2. № 3578 CP. P. 853–857.

22. *Stuber K., Ghalil M.* Experiments on the forced wake of airfoil. Transition from order to chaos // AIAA/ASME/APS. 1-st National Fluid Dynamics Congress. 1988. Pt. 2. № 3840 CP. P. 723–730.

23. *Kozlov V. V. et al.* Correlation dimension of the flow and spatial development of dynamical chaos in a boundary layer // Phys. Lett. 1988. Vol. 128 A. № 9. P. 479.

24. *Atten G. et al.* Determination of attractor dimension of various flows // J. Mech. Theor. et Appl. 1984. Num. Spec. P. 133–156.

25. *Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б., Приймак В. Г.* Геометрические и статистические характеристики аттрактора уравнений Навье—Стокса для турбулентных течений вязкой жидкости в трубе. Препринт № 28. М., 1990.

26. *Балонишников А. М.* Инвариантное моделирование некоторых сложных систем. Л., 1985. (Препр./ЛИНВЦ АН СССР, № 68).

27. *Stuart J. T.* in: Transition and Turbulence / Edited by R. E. Meyer. N. Y., 1981. P. 77.

28. *Мешалкин И. Л., Синай Я. Д.* Исследование устойчивости стационарного решения уравнений для плоского движения несжимаемой вязкой жидкости // Прикладная математика и механика. 1961. Т. 25. С. 1700.

29. *Старр В.* Физика явлений с отрицательной вязкостью. М., 1971.

30. *Nihoul J. C., Rondy F. C.* Coherent structure and negative viscosity in marine turbulence // J. De Mecanique. 1976. Vol. 15. P. 119.

31. *Sivashinsky G. I., Yakhot V.* Negative viscosity effect in large-scale flows // Physics of Fluids. 1985. Vol. 28. P. 467.

32. *Dubrulle B., Frisch U.* Eddy viscosity of parity-invariant flow // Phys. Rev. A. 1991. Vol. 43. № 10. P. 5355–5364.

33. *Young Y. N., Riecke H.* Penta-Heptta defect chaos in a model of rotating turbulence // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90. № 13. P. 134502.

34. *Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М.* Системы гидродинамического типа и их применение. М., 1981.

35. *Okhitani K., Yamada M.* Temporal intermittency in the energy cascade process and local Lyapunov analysis in fully-developed turbulence // Progress of theoretical physics. 1989. Vol. 81. № 2. P. 320–341.

36. *Трубецков Д.* Турбулентность и детерминированный хаос // Соросовский образовательный журнал. 1998. С. 77–83.

37. *Струминский В. В., Скобелев Б. Ю.* Странные аттракторы и турбулентность // Механика неоднородных и турбулентных потоков / Отв. ред. акад. В. В. Струминский. М., 1989. С. 164.

38. *Львов В. С., Предтеченский А. А., Черных А. И.* Бифуркации и хаос в системе вихрей Тэйлора: натурный и численный эксперимент // ЖЭТФ. 1980. Т. 80. № 3. С. 410.

39. *Balonishnikov A. M.* Extended local balance model of turbulence and Couette-Taylor flow // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61. № 2. P. 1390–1394.

40. *Karman T.* Fundamentals of the statistical theory of turbulence // J. of Aeronautical Sci. 1937. Vol. 4. P. 131.

41. *Fin J. M., del-Castillo-Negrette D.* Lagrangian chaos and Eulerian chaos in shear flow dynamics // Chaos. 2001. Vol. 11. № 4. P. 508–521.

42. *Fin J. M.* The effect of Lagrangian chaos on locking bifurcations in shear flows // Chaos. 2002. Vol. 12. № 2. P. 508–521.

43. *Mullin T., Price T. J.* An experiment observation of chaos arising from the interaction of steady and time-dependent flows // Nature. 1989. Vol. 349. P. 294.

44. *Mullin T. et al.* Symmetry breaking and multiplicity of states in small aspect ratio Taylot-Couette flow // Physics of Fluids. 2002. Vol. 14. № 8. P. 2778–2787.

45. *Рабинович М. И., Фабрикант А. Л., Цимринг Л. Ш.* Конечномерный пространственный беспорядок // УФН. 1992. Т. 162. № 8. С. 1–42.

46. *Рабинович М. И., Езерский А. Б.* Динамическая теория формообразования. М., 1998.

47. *Rubinstein R., Zhou Ye.* Schiestel's Derivation of the Epsilon Equation and Two-Equation Modelling of Rotating Turbulence // Computers & Mathematics. 2003. Vol. 46. P. 635–638.

48. *Priymak V. G., Miyazaki T.* Long-wave motion in turbulent shear flows // Physics of fluids. 1994. Vol. 6. P. 3454.

49. *Moehlis J., Smith T. R., Holmes P., Faisst H.* Model for turbulent plane Couette flow using the proper orthogonal decomposition // Physics of Fluids. 2002. Vol. 14. № 7. P. 2493–2507.

50. *Higgins C., Parlange M., Meneveau C.* Energy dissipation in large-eddy simulation: dependence on flow structure and effects of eigenvector alignments // Turbulence and convection. Scientific inspiration by Douglas K. Lilly. Cambridge, Cambridge University Press. 2004. P. 51–69.

51. *Балонишников А. М.* Диссипативное крупномасштабное описание развитой неоднородной гидродинамической турбулентности в приближении локального баланса энергии турбулентности: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. СПб., 1990.

52. *Климонтович Ю. Л.* Турбулентное движение и структура хаоса. М., 1990.

53. *Климонтович Ю. Л.* Что же такое турбулентность? // Прикладная нелинейная динамика. 1995. Т. 3. № 2. С. 7–37.

54. *Ланда П. С.* Возникновение турбулентности в незамкнутых течениях жидкости как неравновесный шумоиндуцированный фазовый переход второго рода // ЖТФ. 1997. Т. 67. № 7.