В. Г. Чернов

МЯГКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ИНЕРЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ ДИНАМИКИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Рассматривается применение нечетких чисел и мягких вычислений при моделировании динамики распределения средств при реализации инвестиционных проектов.

V. Chernov

FUZZY CALCULATIONS IN INERTIAL MODELS OF INVESTMENT PROJECTS' DYNAMICS

Application of fuzzy numbers and fuzzy calculations for modeling the dynamics of the means distribution in realization of investment projects is described.

Под инерционной моделью инвестиционного проекта может пониматься модель экономической динамики, в которой новое состояние зависит от предшествующих состояний и решений, от предшествующей истории функционирования, причем такая зависимость выражена в явной форме[1].

Инерционные модели позволяют исследовать разнообразие возможных траекторий развития инвестиционных проектов, чувствительность характеристик траектории к проводимой экономической политике.

Большая часть исследований инвестиционных проектов связана с моделированием системы «предприятие – окружающая экономическая среда» для случая инвестирования в ценные бумаги. При этом задача выбора оптимального инвестиционного решения может рассматриваться как один из частных вариантов задачи распределения ограниченных ресурсов в условиях неопределенности. В общем случае она формулируется как выбор вектора решения $\vec{X}$ из некоторой допустимой области, который минимизировал бы ожидаемую полезность результата:

$$\max E\{U[\varphi(x, \theta)]\},\ x \in D(\theta), \qquad (1)$$

где U – функция полезности лица, принимающего решения (ЛПР); $\varphi(x, \theta)$ – функционал, зависящий от решения и состояния внешней экономической среды θ; $D(\theta)$ – область допустимых решений.

Модель (1) является одной из общих постановок задачи стохастического программирования. К этому типу можно свести практически любую задачу по формированию и управлению портфелем ценных бумаг.

В то же время при попытке формализации на основе соотношения (1) модели предприятия (хозяйствующего субъекта), занимающегося инвестициями в реальные проекты, возникает целый ряд труднопреодолимых сложностей.

Первая из них состоит в том, что при осуществлении реальных инвестиционных проектов область допустимых решений определяется не только экономическими, но также целым рядом других ограничений, которые в модели (1) учтены быть не могут. Существенные трудности возникают при построении функций полезности. Большая часть крупных проектов предусматривает отток собственных денежных средств. Отсюда следует, что при реализации подобных проектов необходимо предусматривать варианты резервирования денежных средств для обеспечения будущих расходов.

В работе[1] предлагается модель для описания экономической динамики предприятия в период реконструкции и технического перевооружения, в основу которой положена максимизация дополнительной чистой прибыли, полученной от инвестиций:

$$\sum_i C_i x_i - E_H \sum_i W_i Z_i = \Phi(x, z) - E_H \sum_i W_i Z_i, \qquad (2)$$

где i – вид продукции; W_i – стоимость единицы ресурса необходимого для выпуска i-го вида продукции; x_i – выпуск продукции; Z_i – объем ресурса вида i; E_H – нормативный коэффициент окупаемости инвестиций, $E_H = 1/t_H$; t_H – максимально допустимый срок окупаемости инвестиций.

В динамической постановке[2] модель представляет собой критерий выбора наилучшего варианта инвестиций:

$$F = \max\left[\sum_{t=1}^{T} \{\Delta PP(I_t) - E_H \Delta K_t(I_t)\} r_t\right], \qquad (3)$$

где $\Delta PP(I_t)$ – дополнительная чистая прибыль, полученная от инвестиций I_t в год t; $\Delta K_t(I_t)$ – изменения вложений в прирост основного капитала в год t; r_t – коэффициент дисконтирования.

Соотношения (2), (3) предполагают в том или ином виде решение задачи оптимизации. Возникает достаточно много сомнений в целесообразности традиционной постановки этой задачи, так как в качестве ее параметров используются будущие, оценочные значения параметров инвестиционного проекта, поэтому нет никаких доказательств, что найденное решение будет действительно оптимальным в реальных условиях. В этой ситуации более соответствующими условиям решаемой задачи являются методы нечеткой оптимизации, развиваемые в других в работах[3]. Основными трудностями при их практическом применении являются необходимость владения специальным математическим аппаратом, а также отсутствие прикладных программных пакетов, реализующих эти методы.

Следует отметить еще одно обстоятельство. По нашему мнению, прибыль хотя и является важным показателем, однако не может служить единственным критерием инвестиционной деятельности предприятия. Кроме того, сомнительной является правомерность использования в условиях свободного рынка капиталов показателей E_H и t_H.

Далее предлагается методика распределения денежных потоков инвестиционного проекта с учетом необходимости резервирования денежных средств для обеспечения будущих расходов по проекту. Суть этого подхода состоит в том, что валовый продукт, который может быть произведен при реализации инвестиционного проекта, может быть разделен на две составляющие:

$$Y_t = C_t + S_t\,, \tag{4}$$

где Y_t – валовый продукт в момент t, который может быть получен при реализации инвестиционного проекта; C_t – фонд потребления, например средства, направляемые на обеспечение текущей деятельности предприятия; S_t – фонд накопления, средства которого могут накапливаться для реконструкции и технического перевооружения.

Аналогичная задача имеет место при исследовании инерционных моделей экономической динамики макроэкономических систем[4].

Валовый продукт Y_{t+1}, произведенный в следующий момент времени, зависит от произведенного ранее продукта Y_t и от разделения валового продукта на фонд потребления и фонд накопления. Из соотношения (4) следует, что при известной величине Y_t для указания конкретного разделения валового продукта достаточно определить одну из его частей, например, фонд накопления S_t или фонд потребления C_t.

Величину валового продукта Y будем рассматривать как состояние системы, а величину фонда накопления S или фонда потребления C – как решение.

Тогда

$$Y_{t+1} = F_S(Y_t, S_t); \tag{5}$$
$$Y_{t+1} = F_C(Y_t, C_t). \tag{6}$$

Множество допустимых решений для модели (5) $0 \le S_t \le Y_t$, для модели (6) $0 \le C_t \le Y_t$. Модели (5) и (6) являются одномерными по управляющему воздействию.

Можно рассмотреть следующие варианты:

1) определяющим считается объем фонда накопления;

2) определяющим считается объем фонда потребления;

3) рассматривается комбинация долей накопления или потребления.

Для первого варианта траектория движения системы

$$Y_t = \alpha^t Y_0 + \beta \sum_{i=0}^{t-1} \alpha^{t-i-1} S_i, \tag{7}$$

для второго

$$Y_t = (\alpha + \beta)^t Y_0 - \sum_{i=0}^{t-1} (\alpha + \beta)^{t-i-1} C_i, \tag{8}$$

для третьего

$$Y_t = Y_0 \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha + \beta S_i), \tag{9}$$

или

$$Y_t = Y \prod_{i=0}^{t-1} (1 + \beta(S_i - \nu)); \tag{10}$$

$$Y_t = Y_0 \prod_{i=0}^{t-1} (\alpha + \beta(1 - C_i)); \tag{11}$$

или

$$Y_t = Y_0 \prod_{i=0}^{t-1} (1 + \beta(1 - \nu - C_i)), \tag{12}$$

где $S_0, S_1, ..., S_t, C_0, C_1,..., C_t$ – последовательности решений для первого или второго вариантов соответственно; α, β = const – параметры модели; $0 < \alpha \le 1$, $0 < \beta \le 1$; $S_0, S_1, ..., S_i, C_0, C_1,..., C_i$ – последовательности долей фондов накопления и потребления соответственно; $S_i + C_i = 1$; В$v = 1 - \alpha$.

Задача исследований любого из вариантов, представленных соотношениями (7) – (12), заключается в определении таких решений, когда графики их изменений во времени не оказываются выше графиков, характеризующих объем произведенного продукта Y_t. Решение этой задачи связано с определением параметров модели α и β и, по существу, прогнозом последовательности решений S_i или C_i, $i \in [0, t-1]$.

Будущие значения S_i и C_i могут быть определены только приблизительно, т. е. могут, а может быть и должны рассматриваться как нечеткие числа. Представление параметров модели α и β в виде нечетких чисел можно также считать целесообразным, а параметр α рассматривать как величину предельной отдачи валового продукта при переходе к следующему моменту времени. Предсказать точно, какова будет эта отдача, очень трудно. Представление этих параметров в виде нечетких чисел позволяет не только реализовать сценарный вариант, но и оценить уровень возможности развития той или иной ситуации[5].

Определение ожидаемых или прогнозируемых значений S_i, C_i, α и β можно выполнить двумя методами:

- эксперт определяет эти значения, руководствуясь своими предпочтениями, и задает S_i или C_i в виде нечетких чисел;
- используется какой-то алгоритм прогнозирования, например в данном случае хорошо подходит алгоритм прогнозирования на основе свертки нечетких гипотез, так как результат прогноза может быть получен в виде нечеткого числа[6].

Поскольку речь идет о будущих результатах, уровень неопределенности будет увеличиваться с увеличением количества временных интервалов реализации инвестиционного проекта.

Различный уровень неопределенности можно моделировать либо расширением базового множества нечеткого числа, либо выбором соответствующего вида функций принадлежности. Однако независимо от принятого варианта вычисления выполняются в два этапа: на первом осуществляется в зависимости от характера задачи расчет по одному из соотношений (7) – (12), на втором – выполняется проверка найденного решения.

В традиционной, четкой постановке график найденного решения не должен ни в одной точке пересекаться с графиком, характеризующим объем произведенного продукта. В нечеткой модели предметом анализа будет пересечение нечетких чисел:

$\tilde{S}_i = \{\mu_{Si}(z)/z\}$, $z \in b(S_i)$, где $b(S_i)$ – носитель нечеткого числа S_i;

$\tilde{Y}_i = \{\mu_{Yi}(x)/x\}$, $x \in b(Y_i)$, где $b(Y_i)$ – носитель нечеткого числа Y_i.

$$\mu' = \mu_{Si}(z) \Lambda \mu_{Yi}(x) = \min\{\mu_{Si}(z), \mu_{Yi}(x)\} \quad (13)$$

(рис. 1).

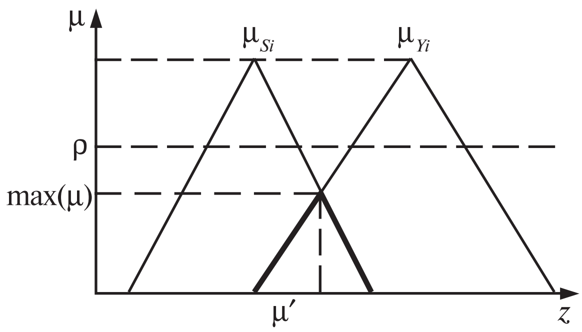

Рис. 1. Пересечение функций принадлежности оценок накопления и потребления

Если $\mu' = 0$ для всех $z \in b(S_i)$ и $x \in b(Y_i)$, то найденное решение совпадает с условием четкой задачи. Можно ввести несколько иное условие.

Полученное решение считается допустимым, если

$$\max\{\mu'\} < p, \quad (14)$$

где p – порог решения, например, $p = 0,5$ (рис. 1).

На рис. 2 представлены конечные результаты расчетов, выполненных по описанной выше методике с помощью нечеткой электронной таблицы Fuzi Calc[7], согласно которым в трех точках S_4, S_8, S_9 нарушено условие (14).

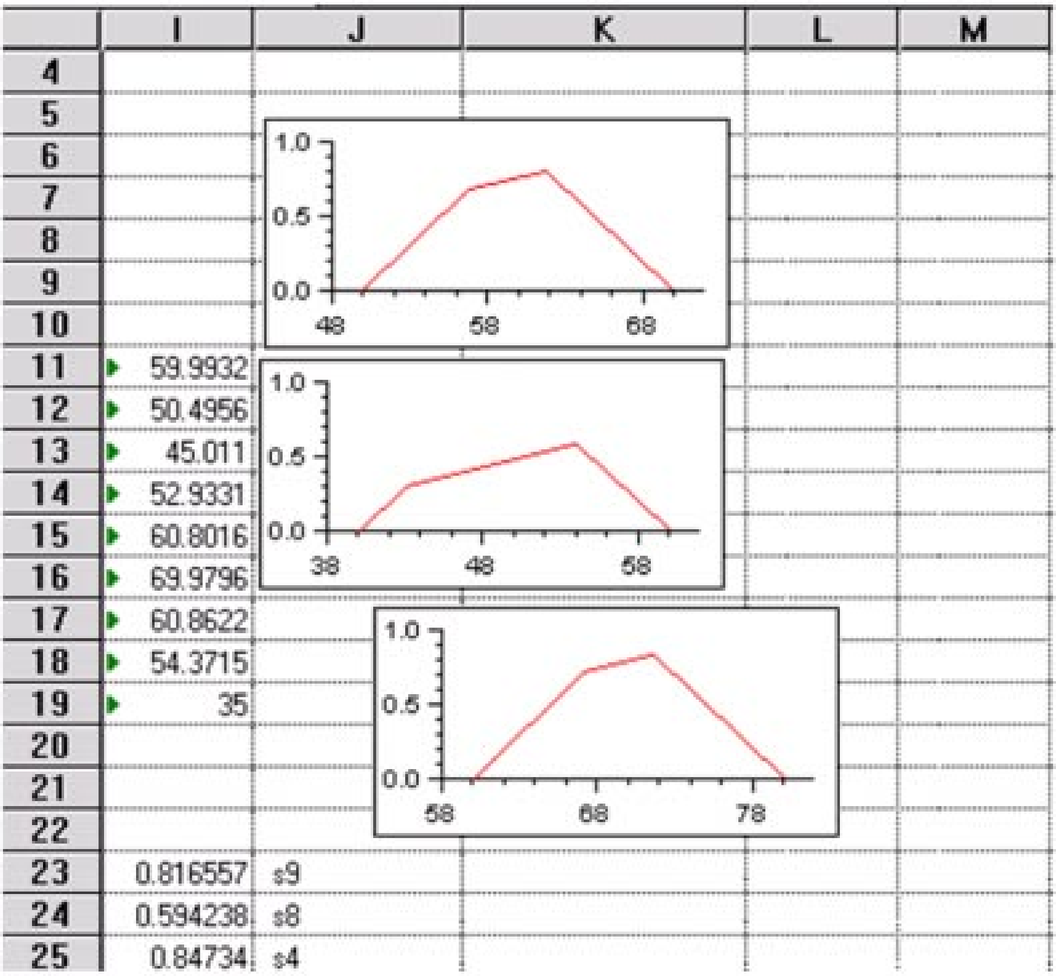

Рис. 2. Проверка допустимости найденного решения

Цель моделирования – нахождение какого-то решения, удовлетворяющего условиям задачи. При использовании мягких вычислений поиск решения можно выполнить следующим образом. Для пересечения, получаемого по соотношению (13) (рис. 1), определяется значение максимума.

Если $\max\{\mu'\} > p$, то вычисляется поправочный коэффициент

$$\gamma = 1/[(1 + \max\{\mu'\} - p) / \max\{\mu'\}]. \quad (15)$$

Очевидно, что значение γ изменяется от единицы при $\max\{\mu'\} = p$ до минимального значения при $\max\{\mu'\}=1$

$$\gamma = 1/[1 + (1 - p)] = 1/[2 - p].$$

Значение S_i умножается на γ, т. е. $S'_I = S_i \cdot \gamma$.

Получаем новое нечеткое число с соответствующей функцией принадлежности. Затем вычисляется новое пересечение по соотношению (13). Процедура носит итеративный характер и останавливается, когда выполняется условие (14). Результат выполнения этой процедуры представлен на рис. 3.

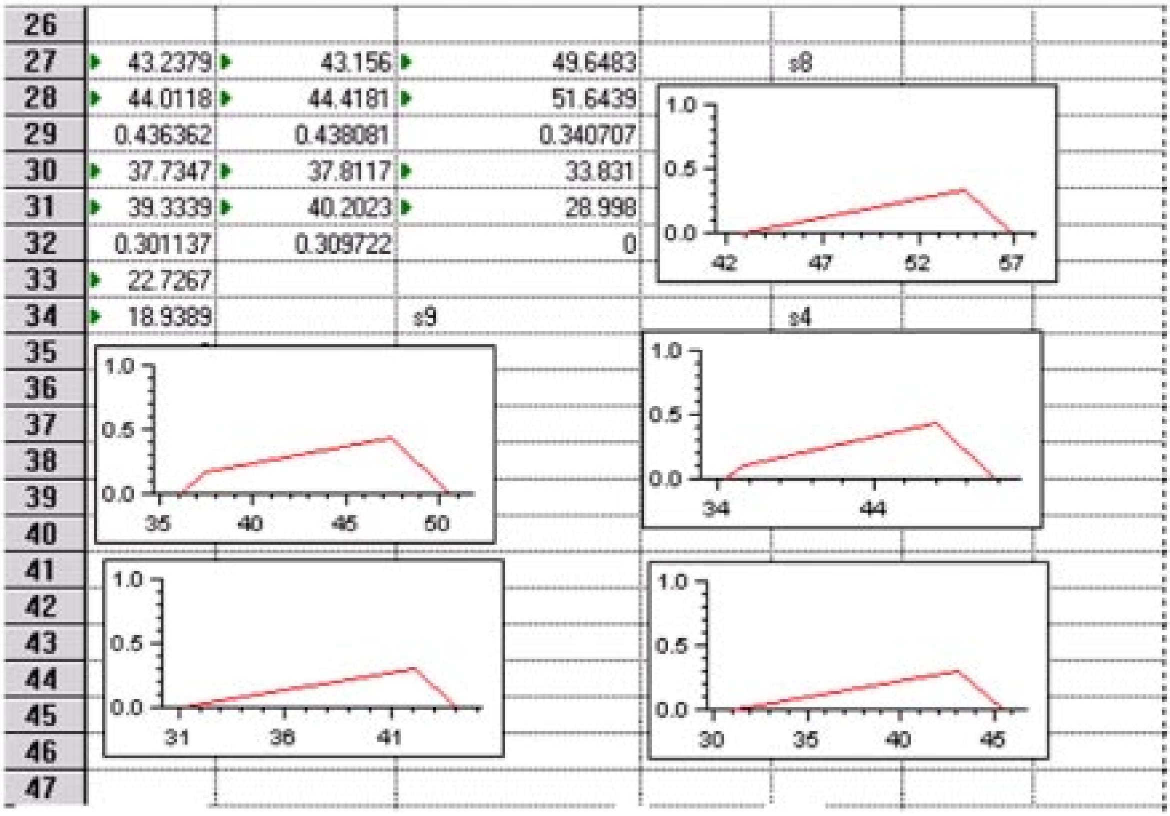

Рис. 3. Результат итерационной процедуры по подбору удовлетворительного решения

Использование мягких вычислений имеет одно важное достоинство: возможность двух типов решений – гарантированное допустимое (область *1*) и решение, на которое можно пойти при определенных обстоятельствах (область *2*) (рис. 4).

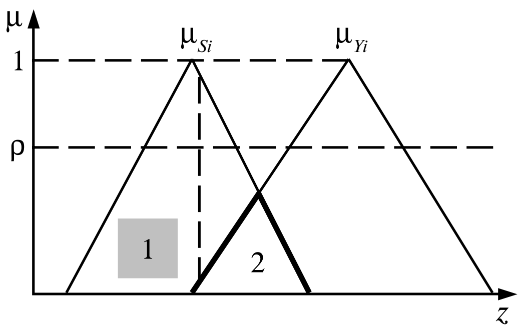

Рис. 4. Области гарантированного *1* и допустимого решений *2*

Аналогичный подход может также использоваться для второго и третьего вариантов.

Предложенная методика, позволяющая оценить возможные размеры фондов, сформированных из средств от реализации инвестиционного проекта, направляемых на потребление и на накопление для реализации реконструкции и перевооружения производства, была успешно опробована на предприятиях г. Владимира.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] *Кардаш А. В., Арженовский С. В.* Исследования инвестиционной стратегии предприятия в условиях инфляции // Экономика и математические методы. – 1998. – Т. 34. – Вып. 1. – С. 107–113.

[2] *Аркатов А. Я.* К вопросу экономико-математического моделирования реальных инвестиционных проектов // Математические методы и информационные технологии в экономике: Сб. материалов V международной научно-технической конференции. Ч. 1. Пенза: Пензенский технологический институт. – 2000. – С. 44–46.

[3] *Язенин И. А.* О методах оптимизации инвестиционного портфеля в нечеткой случайной среде // Сложные системы: обработка информации, моделирование и оптимизация. – Тверь: ТГУ, 2002. – С. 24–32; *Вощинин А. П.* Оптимизация в условиях неопределенности / А. П. Вощинин, Г. Р. Сотиров. – М.: МЭИ(СССР), «Техника» (НРБ), 1990; Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д. А. Поспелова. – М.: Наука, 1986.

[4] *Чернов В. П.* Математическое и компьютерное моделирование экономической динамики. – СПб.: Наука, 2001.

[5] *Чернов В. Г.* Мягкие вычисления в инерционных моделях экономической динамики / В. Г. Чернов // Матеріали VIII Міжнар. наук.-практ. конф. «Наука і освіта 2005». Т. 84. Математичні методи в економіці. – Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2005.

[6] *Чернов В. Г.* Краткосрочное прогнозирование на основе свертки нечетких гипотез / В. Г. Чернов // Информационно-управляющие системы. – 2005. – № 3 (16). – С. 50–57.

[7] *Чернов В. Г.* Решение бизнес задач средствами нечеткой алгебры. Кн. 2. Электронная таблица Fuzzy Calc / В. Г. Чернов [и др.]. – М.: Тора-Центр, 1998.