

СИНТАКСИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ВЗАИМОВЫРАЗИМОСТИ ВРЕМЕННЫХ И АЛЕТИЧЕСКИХ МОДАЛЬНОСТЕЙ

Работа представлена кафедрой логики СПбГУ.

Научный руководитель – доктор философских наук, профессор Я. А. Слинин

Статья посвящена анализу различных определений алетических модальностей при помощи операторов временной логики F и G , а также различным синтаксическим возможностям построения модальных и временных логик. Особое внимание уделяется понятию взаимовыразимости (взаимоперевода) временных и алетических модальностей.

Ключевые слова: *неклассические логики, модальные логики, алетические модальности, временные логики, временные операторы.*

О. Goncharko

SYNTACTIC WAYS OF THE MUTUAL EXPRESSIBILITY OF TENSE AND ALETHIC MODALITIES

The article is devoted to different definitions of alethic modalities in terms of temporal operators F and G . There given a few syntactic ways of constructing modal and tense logics. Special attention is paid to the concept of inter-expressibility (mutual interpretation) of alethic and temporal modalities.

Key words: *non-classical logics, modal logics, alethic modalities, tense logics, temporal operators.*

Понятие взаимовыразимости временных и алетических модальностей в логике является интересной и слабо разработанной областью

логики, хотя взаимовыразимость логических союзов используется повсюду в классической пропозициональной логике. Изучение

понятия взаимовыразимости различных выражений друг через друга позволяет выявить равносильные выражения, т. е. такие выражения, которые семантически эквивалентны, но структурно различны, что проявляется только на синтаксическом уровне. Согласно определению, равносильные формулы – это формулы, в которых при любых логических значениях пропозициональных переменных, входящих в эти формулы, логические значения самих этих формул совпадают. Равносильными, следовательно, могут быть не только формулы, образованные одними и теми же переменными и одними и теми же логическими связками, но и те, которые образованы разными пропозициональными переменными и разными логическими союзами. Другими словами, равносильные формулы – это различные по своей структуре формулы, такие, что одинаковым наборам логических значений переменных этих формул отвечают одинаковые логические значения самих этих формул. Понятие равносильности очень плодотворно в логике, поскольку оно позволяет выявить функционально-полные системы логических связок. Например, в пропозициональной логике функционально-полным является ее имплицитивно-негативный фрагмент, т. е. система логических связок, состоящая из импликации и отрицания. Понятие функциональной полноты позволяет установить для некоторого набора логических связок его способность (или неспособность) построить только при помощи связок данного набора выражения, равносильные тем, которые содержат логические связки, не входящие в данный набор. Взаимовыразимость логических связок друг через друга иллюстрируется в классической пропозициональной логике списком равносильностей – таких эквивалентностей, которые показывают взаимовыразимость одних связок через другие.

В отличие от традиционной логики в неклассических логиках помимо ассерторических суждений имеются также и модальные суждения, в которых уточняется или квалифицируется характер или модус ассерторических суждений. В неклассических логиках, которые помимо логических операций с суждениями

могут отобразить также и модальный статус самих суждений, появляется возможность устанавливать не только равносильности классической пропозициональной логики, которые попросту наследуются без изменений неклассическими логиками, но и при помощи соответствующих определений выражать некоторые смыслы одной логики на языке другой логики. Например, при помощи диодоровых определений модальностей «возможность» и «необходимость» алетической модальной логики через модальности временной логики (Fp , Gp) можно представить некоторые алетические модальные логики как фрагменты соответствующих им временных логик. Диодоров способ введения модальных операторов можно выразить следующим образом: логическая необходимость суждения p понимается как конъюнкция двух суждений «всегда будет p » и «сейчас p » ($GA \& A$). Логическая возможность суждения p определяется как дизъюнкция двух суждений «сейчас p » или «когда-нибудь будет p » ($FA \vee A$). Аристотелевский или мегарский способ данного определения выражает логическую необходимость как конъюнкцию уже трех суждений: «всегда было так, что p », «сейчас p » и «всегда будет так, что p » ($HA \& GA \& A$). Логическая возможность тогда определяется в качестве дизъюнкции, состоящей также из трех суждений: «когда-то было p », «сейчас p » и «когда-нибудь будет p » ($PA \vee A \vee FA$). В. А. Смирнов предлагает понимать возможное просто как «то, что могло бы быть» [5, с. 16], используя следующее определение модального суждения о возможности p : «возможно p » означает «когда-то было так, что будет p » (PFA). Соответственно, «необходимо p » определяется как «всегда было так, что всегда будет p » (HGA). Деонтическим операторам также можно придать вполне естественную временную интерпретацию. Например, выражение GA позволяет определить деонтическую модальность «обязательно», FA – «разрешено», отрицание $\sim FA$ – «запрещено». $GA \vee \sim FA$ выражает «либо обязательно, либо запрещено», $GA \vee FA$ – «благоприятно», $FA \vee \sim FA$ – «либо разрешено, либо запрещено», $GA \vee FA \vee \sim FA$ – «нормативно безразлично». Таким образом, можно также выделять различные деонтиче-

ские фрагменты временных логик, которые бы отличались и друг от друга, и от модальных фрагментов соответствующих им временных логик. Необходимо отметить, что такое выделение алетических и деонтических фрагментов временных логик возможно только при принятии данных (или каких-нибудь других) временных определений алетических и деонтических модальностей. Такие представления одних логик в качестве фрагментов других логик достаточно продуктивны в том числе и с точки зрения доказательства полноты или разрешимости исчислений: «очевидно, что полнота и разрешимость системы временной логики K_b распространяется и на систему деонтической логики с деонтическими модальностями, определенными с помощью временных операторов системы K_b » [2, с. 282].

В числе взаимоотношений между различными неклассическими логиками можно выделить не только взаимоопределимость модальностей одной из неклассических логик через модальности другой – скорее эта взаимоопределимость является лишь следствием другого, более фундаментального их взаимоотношения – единства всех неклассических систем, которое проявляется не только в требовании внутренней непротиворечивости каждой системы, но и в требовании непротиворечивости в отношении друг друга: законами одной из них не могут быть отрицания законов, принятых в другой. А. А. Ивин показал, что «теории логических, онтологических, эпистемических, деонтических, аксиологических, временных и других модальностей могут быть получены с помощью разных интерпретаций одного и того же аксиоматического построения» [1, с. 27]. Действительно, различные неклассические логики обладают рядом общих исходных характеристик, без которых они бы не были квалифицированы как модальные логики: они являются надстройками над логикой ассерторических высказываний и содержат сильные и слабые модальные квалификации, определяемые в качестве дуальных друг другу; модальные логики не подчиняются принципу композициональности, т. е. значение целого не является функцией значений его частей (из простой истинности или ложности вы-

сказывания нельзя заключить, какую именно модальную характеристику оно должно получить, а также из квалификации высказывания с помощью слабого модального понятия не следует ни истинность, ни ложность данного высказывания); если высказыванию приписывается слабая модальная характеристика, то и его отрицанию должна быть приписана эта характеристика [1, с. 30]. Поскольку предметом данной работы не является проследить закономерности единства неклассических логик на базе модальной логики, ограничим проблематику данной статьи понятием взаимовыразимости выражений алетической и временной логик.

Существуют три возможности установить взаимоотношения модальных и временных логик: можно рассматривать временные логики как «кальки» модальных логик, модальные логики – как фрагменты временных логик и временные логики – как фрагменты модальных логик. Первый вариант взаимоотношений данных логик получается при помощи повсеместной замены символов алетической модальной логики *box* и *diamond*, обозначающих модальности «необходимость» и «возможность» соответственно, символами всегда-будущего времени G для «необходимости» и простого будущего времени F – для «возможности». Таким образом, аксиомы и правила вывода исчислений временной логики получают посредством подстановки временных символов вместо модальных и являются синтаксическими «кальками» аксиом и правил вывода систем алетической модальной логики. На синтаксическом уровне при этом не создается никаких новых по сравнению с предыдущими формул. В семантике возможных миров С. Крипке также при такой замене не появляется никаких «смысловых сдвигов», и временные «кальки» модальных аксиом продолжают определять те же структуры (фреймы), которые определяются соответствующими им модальными аксиомами. Однако, несмотря на тот факт, что большинство временных логик имеют свои модальные прототипы, и зачастую временные логические системы (их синтаксическая часть) строятся по аналогии с соответствующими им модальными системами, по сравнению с

алетической модальной логикой временная логика представляет собой не только временно-логическую интерпретацию алетических исчислений, но и вполне самостоятельную (т. е. содержательно отличную от алетической модальной логики) сферу логических исследований. Хотя большинство временных аксиом имеют свои модальные прототипы, средствами временных логик можно дать более наглядный и содержательно ясный анализ некоторых логических затруднений. Например, применительно к анализу формул Р. Баркан временные логики предлагают оригинальные эвристические средства, позволяющие характеризовать свойства тех модальных систем, которые выводят (не выводят) эти формулы или принимают (не принимают) их в качестве аксиом. Еще одно отличие временных формул от соответствующих им модальных прототипов заключается в следующем: существенным является такой аспект модальности «необходимость»: она не гарантирует ни актуальное, ни возможное положение дел. Что касается модальности «возможность» в модальной логике, то именно она предполагает существование. Во временных же логиках операторы будущего и всегда-будущего времени Fp и Gp предполагают существование, подобно модальности «возможность», поскольку утверждая Fp или Gp относительно некоторого произвольного мира w , мы утверждаем, что из этого мира достигим по крайней мере один мир w_1 , в котором суждение p истинно (для истинности суждения Gp в некотором произвольном мире w также необходим по крайней мере один мир w_1 , достижимый из w , так как если из w достигим только один мир (последний момент времени), то высказывание о том, что нечто всегда будет после мира w , истинно). Таким образом, операторы F и G , подобно модальности «возможность», требуют существования, тогда как модальность «необходимость» – нет. Поэтому аналога так интерпретируемой «необходимости» во временных логиках нет. Если же при построении временных логик используются аксиомы модальных систем в качестве прототипов для временных аксиом (т. е. просто осуществляются подстановки), тогда получается несколько другой смысл са-

мых аксиом и тех формул, которые выводимы из них при помощи правил вывода каждой конкретной системы. На основании данного рассуждения можно утверждать, что языки модальных и временных логик имеют разную выразительную силу.

В связи с тем что вышеописанная возможность взаимоотношений временных и модальных исчислений друг с другом не использует никаких определений (ни алетических модальностей через временные операторы, ни, наоборот, временных операторов через алетические модальности), существенным аспектом второй и третьей возможностей является как раз использование данных определений. Во втором случае используются временные определения модальностей, поэтому алетические модальные логики представляют собой фрагменты соответствующих им временных логик; в третьем случае – алетические определения временных операторов, и временные логики становятся в таком случае фрагментами соответствующих им модальных логик. Только на уровне второй и третьей возможности появляются понятия выразимости (взаимовыразимости) или перевода (взаимоперевода).

Необходимо также отметить, что в отличие от процедуры замены в классической пропозициональной логике одних равносильных выражений другими в неклассических логиках такая процедура не всегда возможна, поскольку неклассические логики являются интенциональными контекстами и налагают ограничения на замену одних выражений другими: «принцип взаимозаменяемости идентичных выражений соблюдается в таких контекстах, только если эти выражения имеют один и тот же интенционал (смысл)» [4, с. 64]. Тем не менее в неклассических логиках возможна процедура перевода выражений одной логики на язык другой, хотя интуитивно мы понимаем, что смысл понятия «возможность» не исчерпывается его диодоровым определением как «нечто, что сейчас истинно или будет истинным», что в данном случае невозможно их тотальная взаимозаменяемость и подстановка в другие, более сложные выражения, за исключением некоторых контекстов, которые позволяют делать данную подстановку, – например,

для детерминистских контекстов. А для индетерминистских контекстов необходимо разрабатывать другое определение «возможности»: в качестве примера можно позаимствовать темпоральное определение, предложенное В. А. Смирновым (*PFp*) – «нечто, относительно чего истинно, что была истинной его будущая истинность», что равносильно «если нечто возможно, то не исключается ситуация, когда его не было, нет и не будет». Эти два прочтения данного определения *PFp* исходят из понимания возможного, как «того, что могло бы быть». Это определение характерно для индетерминистских контекстов в силу того, что позволяет включать в область возможного не только те события или явления, которые уже актуальны или еще будут актуальными, но и те, будущая актуальность которых предполагалась в прошлом, но по каким-то причинам не осуществилась. Другими словами, можно подразумевать под возможным и то, чего никогда не было и никогда не будет. Поэтому необходимо отметить, что, принимая те или иные синтаксические определения, позволяющие замещать одни выражения другими, мы должны учитывать также и их семантический аспект.

Итак, перевод выражений алетической модальной логики на язык временной логики возможен благодаря наличию определений алетических модальностей через временные. Тем не менее в связи с этим можно утверждать лишь выразимость алетических выражений при помощи временных. Для того чтобы перейти от односторонней выразимости к взаимовыразимости, необходимо организовать обратный перевод, т. е. принять определения временных модальностей через алетические. Данная проблематика является практически неразработанной в истории логики. В истории философии есть примеры попыток определить движение при помощи модальностей «действительность» и «возможность» (Аристотель, Я. Хинтика), но конкретных формальных разработок в данной области пока не существует. Тем не менее можно поставить вопрос о возможности определения временных модальностей через алетические. К тому же есть определенные философские основания полагать

такую возможность правомерной: Аристотель предлагает в данном отношении довольно интересное рассуждение о времени, к анализу которого он подходит при помощи понятия движения, определяемого как «действительность существующего в возможности». Перед тем как попытаться построить определение временных логических операторов при помощи алетических модальностей, необходимо рассмотреть те философские основания, которые побуждают нас определять, а в каком-то смысле даже и отождествлять понятия времени и модальности. Выявив философский концепт движения (кстати, греческим словом κίνησις у Аристотеля обозначается не только движение как перемещение в пространстве, но и все возможные виды изменения) как действительность существующего в возможности, можно попытаться выявить и логическое его содержание, выразить концептуальную взаимосвязь настоящего и будущего, сам переход из будущего в настоящее. Другими словами, выразить, каким образом движущаяся или изменяющаяся вещь своим настоящим положением уже указывает на будущие свои состояния. Известный аристотелевский пример с завтрашним морским сражением достаточно показателен в данном контексте: вопрошая о том, состоится ли завтра морское сражение или нет, мы не можем сегодня утверждать достоверно ни одну из альтернатив, тогда как сама дизъюнкция этих взаимоисключающих друг друга двух возможностей истинна уже сегодня, более того, она даже является логическим законом. Таким образом, утверждение и отрицание будущего события являются *возможно истинными*, тогда как их дизъюнкция *действительно истинна*. Возможно, таким образом, предложить следующее определение логического оператора будущего времени (вопрос определения оператора прошедшего времени в данной статье не затрагивается): суждение «будет *p*» можно представить в качестве дизъюнкции четырех суждений – «возможно *p*», «возможно не-*p*», «необходимо *p*» или «невозможно *p*». Переформулировав определение только в терминах возможности, получаем дизъюнкцию из следующих четырех суждений: «возможно *p* или невозможно *p* или

возможно не- p или невозможно не- p ». Для того чтобы сократить получившееся слишком громоздким определением, можно проинтерпретировать оператор будущего времени F как « p или возможно так, что p » и всегда-будущего времени G как « p и необходимо p ». Стоит отметить, что данные определения F и G тоже являются дуальными друг другу, как и сами операторы. Такая интерпретация правомерна для некоторых систем временной логики, и, соответственно, данные системы благодаря таким определениям могут рассматриваться как временные фрагменты алетических модальных логик. Похожие определения упоминались при одной из интерпретаций базисной системы Ч. Хэмблина для того, чтобы сохранить ее непротиворечивость, с тем только отличием, что определение давалось не при помощи модальных операторов, а при помощи семантической интерпретации оператора простого будущего времени как «есть или будет так, что...» и его дуала как «есть и всегда будет так, что...» Однако такие определения не являются универсальными, и в системах, принимающих

данные определения, будут «отражены некоторые свойства кругового времени и вместе с тем утрачена возможность различать плотное и дискретное время» [3, с. 107]. Тем не менее такая интерпретация является правомерной для систем временной логики, содержащих аксиому цикличности времени.

Разработать на формальном уровне обратный перевод с языка временной логики на язык алетической модальной логики было бы интересно с точки зрения установления наличия взаимовыразимости выражений разных логик, что позволяет поставить вопрос не только о сравнении выразительной силы каждого отдельного языка неклассической логики, но и о том, возможно ли построение такой логики, где взаимовыразимость различных модальностей (алетических, временных, деонтических, эпистемических) была бы формально определена и представлен свой список равносильностей, подобный оному в классической пропозициональной логике настолько, насколько нам это позволит сделать интенциональный характер неклассических логик.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ивин А. А.* Логика норм. М.: Изд-во МГУ, 1973. 122 с.
2. *Караваев Э. Ф.* О временной квалификации нормативных высказываний // Логические исследования, Вып. 7. М.: РОССПЭН, 2000. С. 277–284.
3. *Караваев Э. Ф.* Основания временной логики. Л.: Изд-во ЛГУ, 1983. 195 с.
4. *Слинин Я. А.* Современная модальная логика. Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. 188 с.
5. *Смирнов В. А.* Определение модальных операторов через временные // Модальные и интенциональные логики и их применение к проблемам методологии науки. М.: Наука, 1984. С. 14–31.