

Содержание

Предисловие	9
Введение	12
1. Вероятностно-статистическая модель и задачи математической статистики	12
2. Терминология и обозначения	15
3. Некоторые типичные статистические модели	18
Глава 1. Основные понятия и элементы выборочной теории	23
§ 1.1. Вариационный ряд выборки и эмпирическая функция распределения	23
1. Порядковые статистики и вариационный ряд выборки	23
2. Эмпирическая функция распределения	24
3. Дальнейшие свойства э. ф. р.	26
4. Гистограмма и полигон частот	29
§ 1.2. Выборочные характеристики	31
1. Выборочные моменты	31
2. Моменты выборочного среднего и выборочной дисперсии	33
§ 1.3. Асимптотическое поведение выборочных моментов	34
1. Сходимость по вероятности выборочных моментов и функций от них	34
2. Асимптотическая нормальность выборочных моментов	36
§ 1.4. Порядковые статистики	38
1. Распределение порядковых статистик	38
2. Выборочные квантили и их асимптотическая нормальность	39
3. Предельные распределения крайних членов вариационного ряда	42
§ 1.5. Распределения некоторых функций от нормальных случайных величин	44
1. Распределение хи-квадрат	45

2. Квадратичные и линейные формы от нормальных случайных величин	46
3. Распределения квадратичных форм от нормальных случайных величин	49
4. Распределение Стьюдента	51
5. Распределение Снедекора	53
§ 1.6. Статистическое моделирование	54
1. Моделирование распределения Бернулли $Bi(1, p)$	55
2. Моделирование полиномиальных испытаний	56
3. Моделирование распределения Пуассона	56
4. Моделирование непрерывных распределений	57
5. Моделирование нормальных случайных чисел	57
Задачи	58
Глава 2. Оценивание неизвестных параметров распределений	66
§ 2.1. Статистические оценки и общие требования к ним. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией	66
1. Понятие статистической оценки	66
2. Несмещенные оценки	68
3. Оптимальные оценки	71
§ 2.2. Критерии оптимальности оценок, основанные на неравенстве Рао—Крамера и его обобщениях	76
1. Понятия функции правдоподобия, вклада выборки, функции информации	76
2. Неравенство Рао—Крамера и эффективные оценки	78
3. Экспоненциальная модель	80
4. Критерий Бхаттачария оптимальности оценки	81
5. Критерии оптимальности в случае векторного параметра	83
§ 2.3. Принцип достаточности и оптимальные оценки	87
1. Достаточные статистики	87
2. Достаточные статистики и оптимальные оценки	91
3. Экспоненциальные семейства и достаточные статистики	94
4. Примеры применения достаточных статистик	95
§ 2.4. Оценки максимального правдоподобия	101
1. Определение и примеры оценок максимального правдоподобия	102
2. Принцип инвариантности для о. м. п.	106
3. Метод накопления для приближенного вычисления о. м. п.	108
4. Асимптотические свойства о. м. п.	110

§ 2.5. Метод моментов, группированные данные, цензурирование	119
1. Метод моментов	119
2. Группировка наблюдений и метод минимума хи-квадрат	120
3. Мультиномиальные оценки максимального правдоподобия	122
4. Цензурирование	123
§ 2.6. Интервальное оценивание	125
1. Понятие доверительного интервала	125
2. Построение доверительного интервала с помощью центральной статистики	126
3. Построение доверительного интервала с использованием распределения точечной оценки параметра	134
4. Асимптотические доверительные интервалы	136
5. Доверительные области для многомерного параметра	140
§ 2.7. Оценивание при выборе из конечной совокупности	143
1. Оценивание среднего совокупности	143
2. Оценивание состава совокупности	147
Задачи	152
Глава 3. Проверка статистических гипотез	162
§ 3.1. Понятие статистической гипотезы и статистического критерия	162
1. Статистические гипотезы	162
2. Критерии проверки гипотез	165
3. Общий принцип выбора критической области критерия	166
§ 3.2. Проверка гипотезы о виде распределения	169
1. Критерий согласия Колмогорова	169
2. Критерий согласия хи-квадрат К. Пирсона	171
3. Критерий согласия хи-квадрат для сложной гипотезы	177
4. Критерий квантилей	182
§ 3.3. Симметрические критерии в схеме группировки с растущим числом интервалов. Критерий пустых ящиков	183
1. Критерий согласия χ^2 для непрерывных распределений, вопросы его состоятельности	183
2. Симметрические статистики в схеме группировки	185
3. Критерий пустых ящиков	186
4. Асимптотическое поведение мощности критерия пустых ящиков	188
5. Общие симметрические критерии	190

§ 3.4. Гипотеза однородности	190
1. Критерий однородности Смирнова	191
2. Критерий однородности χ^2	192
3. Другие критерии однородности для двух выборок из непрерывных распределений	194
§ 3.5. Гипотеза независимости	198
1. Критерий независимости χ^2	198
2. Критерий Спирмена	201
3. Критерий Кендалла	202
§ 3.6. Гипотеза случайности	203
Задачи	205
Глава 4. Параметрические гипотезы	209
§ 4.1. Общие положения	209
1. Понятие параметрической гипотезы	209
2. Равномерно наиболее мощные критерии	210
§ 4.2. Выбор из двух простых гипотез. Критерий Неймана—Пирсона	211
1. Постановка задачи	211
2. Критерий Неймана—Пирсона в случае абсолютно непрерывных распределений	212
3. Критерий Неймана—Пирсона в случае дискретных распределений	215
4. Примеры применения критерия Неймана—Пирсона	217
§ 4.3. Выбор из двух простых гипотез. Понятие о последовательном анализе	221
1. Определение критерия Вальда	221
2. О числе испытаний до момента остановки в критерии Вальда	222
3. О выборе границ в критерии Вальда	224
4. О среднем числе наблюдений в критерии Вальда	225
5. Пример «экономичности» последовательного критерия	227
§ 4.4. Сложные гипотезы	228
1. Р. н. м. критерии против сложных альтернатив. Модели с монотонным отношением правдоподобия	229
2. Проверка простой гипотезы против двусторонней альтернативы, р. н. м. несмещенные критерии	233
3. Локальные наиболее мощные критерии	237
4. Проверка гипотез и доверительное оценивание	240
§ 4.5. Критерий отношения правдоподобия	243

1. Метод отношения правдоподобия проверки общих гипотез	243
2. К. о. п. для больших выборок	245
3. Асимптотические свойства к. о. п.	248
4. Асимптотические свойства к. о. п. (сложная нулевая гипотеза)	251
5. Доверительные области максимального правдоподобия	254
§ 4.6. Статистические выводы для конечных цепей Маркова	256
Задачи	259
Глава 5. Линейная регрессия и метод наименьших квадратов	265
§ 5.1. Модель линейной регрессии	265
§ 5.2. Оценивание неизвестных параметров модели	267
1. Метод наименьших квадратов	267
2. Оптимальность оценок наименьших квадратов	269
3. Оценивание остаточной дисперсии	270
4. Обобщенные о. н. к.	271
5. Оптимальный выбор матрицы плана	273
6. Примеры применения метода наименьших квадратов	274
7. Ортогональные многочлены Чебышева	277
§ 5.3. Нормальная регрессия. Интервальное оценивание	281
1. Основная теорема	283
2. Доверительное оценивание параметров нормальной регрессии	285
3. Доверительная область для линейных комбинаций параметров β_1, \dots, β_k	287
4. Совместные доверительные интервалы	289
§ 5.4. Общая линейная гипотеза нормальной регрессии	290
1. Понятие линейной гипотезы	290
2. F-критерий проверки линейной гипотезы	291
§ 5.5. Применение теории линейной регрессии	293
1. Гипотеза о параллельности линий регрессии	294
2. Критерий однородности	296
3. Двойная классификация	299
§ 5.6. Элементы теории статистической регрессии и корреляции	305
1. Задачи статистического прогноза	305
2. Оптимальный предиктор и его свойства	305
3. Прогнозирование в случае линейной функции регрессии	309
4. Линейное прогнозирование	310

5. Использование дополнительной информации	311
6. Эмпирические предикторы	312
7. Прогнозирование стационарных последовательностей	312
Задачи	316
Глава 6. Элементы теории решений. Дискриминантный анализ	320
§ 6.1. Статистические решающие функции. Байесовское и минимаксное решения	320
1. Понятие решающей функции	320
2. Функция риска и допустимые решающие правила	321
3. Байесовское решение	322
4. Минимаксное решение	323
5. Оценивание параметров и проверка гипотез с позиций теории решений	325
§ 6.2. Задача классификации наблюдений	327
1. Постановка задачи классификации	327
2. Функция риска в задаче классификации	328
3. Байесовское решение	329
4. Минимаксное решение	330
§ 6.3. Классификация наблюдений в случае двух нормальных классов	331
1. Байесовский подход	331
2. Минимаксный подход	332
§ 6.4. Классификация нормальных наблюдений. Общий случай	333
1. Байесовский подход	333
2. Минимаксный подход	334
3. Классификация наблюдений при наличии неизвестных параметров	335
Задачи	336
Литература	342